XVII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Kassa, 2008. március 6-9.

12. osztály

1. feladat: n darab ceruzát egyenként két részre törünk. Az így kapott $2n$ darab ceruzát kettesével találomra párosítjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy minden így kapott párból összeragasztható az eredeti ceruza?

Bencze Mihály (Brassó)

2. feladat: Az háromszögben $B\angle = 50°$, $C\angle = 70°$, H a magasságok metszéspontja és I a háromszögbe írt kör középpontja. Számítsátok ki az IHC háromszög belső szögeit.

Neubauer Ferenc (Munkács)

3. feladat: Egy függvény minden valós x, y számpárra eleget tesz az $f(x)+f(y) = f(x+y)-xy-1$ függvényegyenletnek. Ha $f(1) = 1$, akkor van-e olyan 1-től különböző n egész szám, amelyre $f(n) = n$?

Oláh György (Komárom)

4. feladat: Az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $(n \geq 2)$ egész számokra érvényes

$$|x_1| + |x_2| + \ldots + |x_n| - |x_1 + x_2 + \ldots + x_n| \in \{-2, 2\}.$$

Igazoljátok, hogy létezik legalább egy x_k ezek közül, amelyre $x_k \in \{-1, 1\}$.

Bencze Mihály (Brassó)

5. feladat: Bizonyítsátok be, hogy ha egy háromszögben az egyik csúcsból induló magasságvonal, súlyvonal és szögfelező négy egyenlő részre osztja a szöget, akkor a háromszög derékszögű.

Egyed László (Baja)

6. feladat: Határozzátok meg azt az (x, y) számpárt, amelyre az

$$f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2-8x+16} + \sqrt{x^2+y^2-16x-18y+145}+$$

$$+\sqrt{x^2+y^2+8x-24y+160} + \sqrt{x^2+y^2+4x+2y+5}$$

értéke minimális lesz.

Olosz Ferenc (Szatmárnémeti)