XVI. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Szeged, 2007. március 14-18.

9. osztály

1. feladat: Egy matematika teszt megírásában egy középiskola 100 tanulója vett részt, és az átlagpontszámuk 100 pont volt. Az alsóévesek száma 50%-al több, mint a felsőéveseké, a felsőévesek átlagpontszáma pedig 50%-al magasabb, mint az alsóéveseké. Mennyi a felsőévesek átlagpontszáma?

Dr. Katz Sándor (Bonyhád)

2. feladat: Egy négyszög oldalaira mint átmérőkre egy-egy kört rajzolunk. Igaz-e, hogy a négy kör által meghatározott zárt körlapok mindig lefedik a négyszöget? Válaszunkat indokoljuk.

Szabó Magda (Szabadka)

3. feladat: Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$[x] - y = 2[y] - z = 3[z] - x = \frac{2006}{2007}.$$

($[r]$ az r szám egész részét jelöli, azaz a legnagyobb egészt, amely nem nagyobb r-nél)

Oláh György (Komárom)

4. feladat: Egy kockából színes dobókockát készítünk. Hat szín adott, és ezek mindegyikével egy-egy lapot kiszínezünk (így minden lap színezett lesz). Majd a hat lapra 1-től 6-ig írjuk a számokat úgy, hogy a szemköztes oldalakra került két szám összege mindig 7 legyen. Hányféle kockát készíthetünk ilyen módon?

Bogdán Zoltán (Cegléd)

5. feladat: Az $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ egész számokra teljesül, hogy

$$|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + |a_3 - a_4| + \ldots + |a_{n-1} - a_n| + |a_n - a_1| \leq 2n - 4.$$

Bizonyítsuk be, hogy számaink között van két egyforma.

Bencze Mihály (Brassó)

6. feladat: Az $\{1, 2, 3, \ldots, 24, 25\}$ halmazból tetszőlegesen kiválasztunk 17 számot. Bizonyítsuk be, hogy biztos találhatunk kettőt a kiválasztottak között, amelyek szorzata négyzetszám.

Erdős Gábor (Nagykanizsa)