XIII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Nagydobrony, 2004. márc. 15-20.

11. osztály

1. feladat: Bizonyítsa be, hogy $9^n - 8n - 1$ osztható 64-gyel, ahol n nemnegatív egész szám.

Oláh György (Komárom)

2. feladat: Igazolja, hogy a különböző oldalú háromszögben a legkisebb szög csúcsából húzott szögfelező a leghosszabb!

Dr. Kántor Sándor (Debrecen)

3. feladat: Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$\sqrt{4x^2 - 4x + 2} = \frac{\sqrt{2} - \left(\sqrt{2x-1} - 1\right)^2}{\sqrt{\frac{1}{2x-1}}}$$

Bíró Bálint (Eger)

4. feladat: Az ABC háromszögben $AB = 4$ cm, $AC = 8$ cm, $A\angle = 120°$. Az F pont a háromszög köré írt kör BAC ívének felezőpontja. Mekkora távolságra van az F pont a háromszög magasságainak metszéspontjától?

Neubauer Ferenc (Munkács)

5. feladat: A P és Q pontok úgy helyezkednek el az ABC háromszög BC oldalán, hogy a létrejövő szakaszok aránya: $BP : PQ : QC = 1 : 2 : 3$. Az R pont a háromszög AC oldalát a következőképpen harmadolja: $AR : RC = 1 : 2$. Az M és N pontok a BR szakasznak az AQ és az AP szakaszokkal való metszéspontjait jelöli. Határozza meg a $PQMN$ négyszög területét, ha az ABC háromszög területe 24 cm^2.

Dr. Pintér Ferenc (Nagykanizsa)

6. feladat: Bizonyítsa be, hogy ha az a, b és c valós számokra teljesül a $0 < a < b < c$ feltétel, akkor az $(a+b+c)\,x^2 - 2\,(ab+bc+ac)\,x + 3abc = 0$ egyenletnek két különböző valós gyöke van, és az egyik gyök az a és b közé, a másik a b és c közé esik.

Dr. Katz Sándor (Bonyhád)

7. feladat: Egy háromszög egyik csúcsából kiinduló magasság, szögfelező és oldalfelező az illető szöget rendre x, y, x, y szögekre osztja. Igazolja, hogy $\sin^3(x+y) = \sin x \cos y$.

Bencze Mihály (Brassó)