XII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Eger, 2003. ápr. 15-19.

11. osztály

1. feladat: Bizonyítsuk be, hogy a $23, 203, 2003, 20003\ldots$ sorozatban végtelen sok 7-tel osztható szám van!

Benedek Ilona (Budapest)

2. feladat: Milyen tulajdonságú az a háromszög, amelynek két oldala és a harmadik oldalhoz tartozó f_c szögfelezője között a következő összefüggés érvényes:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f_c}$$

Pintér Ferenc (Nagykanizsa)

3. feladat: Oldjuk meg a valós számok halmazán a $\log_3(2^x+5)=\log_2(3^x-5)$ egyenletet!

Orbán Edit (Zalaegerszeg)

4. feladat: Az $ABCD$ parallelogrammában A-nál hegyesszög van. Rajzoljunk a BC és CD oldalak, mint átmérők fölé köröket, és az A pontból húzzunk érintőket ezekhez a körökhöz, az érintési pontok legyenek E és F. Bizonyítsuk be, hogy az AC, AE és AF szakaszokból derékszögű háromszög szerkeszthető!

Balogh János (Kaposvár)

5. feladat: Melyik az a legkisebb p pozitív prímszám, amelyre az $\frac{x^2-2x-13}{\sqrt{x^2-2x-14}}=2\cdot\sin\frac{\pi\cdot x+p\cdot\pi}{4}$ egyenletnek van olyan pozitív egész megoldása, hogy $x\le p$ teljesül?

Bíró Bálint (Eger)

6. feladat: Bizonyítsuk be, hogy ha $1\le x_1\le 2, 1\le x_2\le 2, \ldots, 1\le x_n\le 2$ (n természetes szám), akkor

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x_1+\frac{2}{x_n}}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x_2+\frac{2}{x_{n-1}}}+\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^{x_n+\frac{2}{x_1}}\ge\frac{n}{8}!$$

Kacsó Ferenc (Marosvásárhely)