XII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Eger, 2003. ápr. 15-19.

10. osztály

1. feladat: Határozzuk meg az a és b egész számokat, amelyekre az $x^2 - ax + 2a + b^2 = 0$ egyenlet gyökei közvetlen egymás utáni természetes számok!

Kacsó Ferenc (Marosvásárhely)

2. feladat: Az AB és CD egy O középpontú körnek két, egymásra merőleges átmérője. Az OD szakaszt felező E ponton halad át az AF húr, az AB és CF szakaszok metszéspontja G. Bizonyítsuk be, hogy

$$OB = 3 \cdot OG$$

$$CF = 3 \cdot DF.$$

Pintér Ferenc (Nagykanizsa)

3. feladat: Bizonyítsuk be, hogy $3^{2000} + 4$ szám pozitív osztóinak száma összetett szám!

Erdős Gábor (Nagykanizsa)

4. feladat: Az $a_1, a_2, \ldots, a_{16}$ sorozat bármely három szomszédos tagjának összege 5, 6, 7 vagy 8. Hány különböző értéke lehet az $a_{16} - a_7$ különbségnek?

Szabó Magda (Szabadka)

5. feladat: Melyek azok a szabályos sokszögek, amelyek hézag és átfedés nélkül összerakhatók más ugyanolyan oldalhosszúságú szabályos sokszögekből?

Bogdán Zoltán (Cegléd)

6. feladat: Igazoljuk, ha p pozitív prímszám, akkor

$$\sqrt{p \cdot (p+1)} + \sqrt{(p+1) \cdot (p+3)} + \sqrt{p \cdot (p+5)} + \sqrt{(p+3) \cdot (p+5)}$$

irracionális szám!

Bencze Mihály (Brassó)