X. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Nagykanizsa, 2001. ápr. 6-10.

12. osztály

1. feladat: Egy k körvonal A pontjában merőlegest állítunk a kör síkjára, és megjelöljük ezen az egyenesen az A-tól különböző B pontot. Kössük össze ezután B-t a körvonal valamely tetszőlegesen választott M pontjával, és tekintsük az A pontnak a BM egyenesre eső P merőleges vetületét. Mi lesz a P pontok halmaza (mértani helye), ha M végigfut a k körön?

Dr. Kántor Sándor (Debrecen)

2. feladat: Egy egyenlő szárú háromszög alapja a, szárai b hosszúságúak. Tudjuk, hogy $a^3 + b^3 = 3ab^2$. Határozzuk meg a szárak által bezárt szög nagyságát!

Bogdán Zoltán (Cegléd)

3. feladat: Melyik n természetes szám esetén van a $\left(2 + x^2\right)^n + \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)^n = 18$ egyenletnek legtöbb valós gyöke? (Csak a különböző gyököket számoljuk.)

Dáné Károly (Marosvásárhely)

4. feladat: Bizonyítsuk be, hogy hat egymás után következő pozitív egész szám szorzata nem lehet egy pozitív egész szám ötödik hatványával egyenlő.

Szabó Magda (Szabadka)

5. feladat: Bizonyítsuk be, hogy páratlan azoknak az (a, b, c, d, e) pozitív egész számokból álló rendezett számötösöknek a száme, amelyekre az

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 1$$

egyenlőség teljesül.

Erdős Gábor (Nagykanizsa)

6. feladat: Legyen O az $A_1A_2 \dots A_n$ szabályos sokszög köré írt kör középpontja. Adjuk meg a $B_k \in OA_k$ pontokat úgy, hogy

$$OB_k = \frac{OA_k}{n - k + 1} \qquad (k = 1, 2, \dots, n - 1)$$

teljesüljön. Igazoljuk, hogy a $B_1B_2 \dots B_{n-1}A_n$ sokszög területe egyenlő az $A_1A_2 \dots A_n$ sokszög területének az n-ed részével.

Bencze Mihály (Brassó)