X. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Nagykanizsa, 2001. ápr. 6-10.

11. osztály

1. feladat: Hány megoldása van az

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2^{2001}$$

egyenletnek az egész számok körében?

Szabó Magda (Szabadka)

2. feladat: Az ABC derékszögű háromszög AB átfogójához tartozó magasságának talppontja T. Mekkora az ABC, ATC és BTC háromszögekbe írható körök sugarainak összege, ha $TC = 5$ cm?

dr. Katz Sándor (Bonyhád)

3. feladat: Az a, b, c oldalú ABC háromszög szögei α, β, γ. Igazoljuk, hogy ha $3\alpha + 2\beta = 180°$, akkor $a^2 + bc - c^2 = 0$.

dr. Pintér Ferenc (Nagykanizsa)

4. feladat: Hány különböző szám van a következő 2001 szám között?

$$\left[\frac{1^2}{2001}\right], \left[\frac{2^2}{2001}\right], \ldots, \left[\frac{2001^2}{2001}\right],$$

($[x]$ jelöli az x szám egészrészét, azaz azt a legnagyobb egész számot, amely x-nél még nem nagyobb.)

dr. Katz Sándor (Bonyhád)

5. feladat: Adott a síkon 2001 pont és egy egységnyi sugarú körvonal. Bizonyítsuk be, hogy található a körvonalon olyan pont, amelytől az adott pontokig mért távolságok összege legalább 2001.

Balázsi Borbála (Beregszász)

6. feladat: Igazoljuk, hogy ha $x_1, x_2, \ldots, x_n \in \left[\frac{4}{5}, 1\right]$, akkor

$$\frac{3 - \sqrt{1 - x_1^2}}{x_2 + 4} + \frac{3 - \sqrt{1 - x_2^2}}{x_3 + 4} + \ldots + \frac{3 - \sqrt{1 - x_n^2}}{x_1 + 4} \geq \frac{n}{2}.$$

Bencze Mihály (Brassó)