IX. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Dunaszerdahely, 2000. március 23-27.

10. osztály

1. feladat: Oldjuk meg az egész számok körében az

$$x^2 - y^2 - z^2 = 1$$
$$y + z - x = 3$$

egyenletrendszert!

Neubauer Ferenc (Munkács)

2. feladat: Az ABC derékszögű háromszögben ($ACB\angle = 90°$) a beírt kör K középpontját a háromszög köré írt kör F középpontjával összekötő egyenes az átfogóval 45°-os szöget zár be. Számítsuk ki az átfogó és a beírt kör sugarának arányát!

Mészáros József (Galánta)

3. feladat: Számítsuk ki az $a_1 + a_2 + \ldots + a_{2000}$ összeget, ha $a_n = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$ $(n \in \mathbb{N}^+)$!

Kántor Sándorné (Debrecen)

4. feladat: Az ABC háromszög BC oldalán úgy vettük fel az $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$ pontokat, hogy az $AA_1, AA_2, \ldots, AA_{n-1}$ félegyenesek a $BAC\angle = \alpha$ szöget n egyenlő részre osztják. Igazoljuk, hogy

$$AB \cdot AA_1 + AA_1 \cdot AA_2 + \ldots + AA_{n-1} \cdot AC = AB \cdot AC \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\frac{\alpha}{n}}.$$

Bencze Mihály (Brassó)

5. feladat: A táblára felírtak 3 pozitív számot. Egy lépésben a táblára felírt számok közül egyet letörölhetünk és helyére a megmaradt két szám összegénél 1-gyel kisebb számot írhatunk. Néhány lépés után a táblán ez a három szám áll: 17, 75, 91. Lehetett-e a kiinduló számhármas a) 2, 2, 2; és b) 3, 3, 3 ?

Szabó Magda (Szabadka)

6. feladat: Az $ABCD$ négyzet AB oldalának A-hoz közelebbi harmadolópontja H. A H pont tükörképe A-ra H_1, B-re H_2. A CH_1 és AD egyenesek metszéspontja E, a DH_2 és BC egyenesek metszéspontja F, végül a CH_1 és DH_2 egyenesek metszéspontja M. Hányad része az $ABCD$ négyzet területének a DEM és CFM háromszögek területének összege?

Bíró Bálint (Eger)