IX. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Dunaszerdahely, 2000. március 23-27.

9. osztály

1. feladat: Bizonyítsuk be, hogy minden k pozitív egész számra igaz, hogy a $(k+1)(k+2)(k+3)\cdot \ldots \cdot (k+2000)$ szorzat osztható 2000^{99}-nel!

Oláh György (Komárom)

2. feladat: Ha az ABC háromszög AB és AC oldalán úgy vesszük fel a D és E pontokat, hogy $DE = DB = EC$ teljesüljön, akkor $AD = AE = BC$ is teljesül. Mekkorák az ABC háromszög szögei?

Katz Sándor (Bonyhád)

3. feladat: Igazoljuk, hogy bárhogyan is választunk ki a 2000-nél nem nagyobb pozitív egész számok közül 1001-et, biztosan lesz a kiválasztottak között két olyan szám, amelyek különbsége 4.

Erdős Gábor (Nagykanizsa)

4. feladat: Az ABC derékszögű háromszög AB átfogóját a háromszögbe írt kör a D pontban érinti. Bizonyítsuk be, hogy az AD és DB oldalhosszúságú téglalap területe egyenlő az ABC háromszög területével!

Szabó Magda (Szabadka)

5. feladat: Az $1 \leq x \leq 3$ valós számokra az f függvényt a következő módon értelmezzük:

$$f(x) = \frac{x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 9}{1 + 4x - x^2}.$$

Határozzuk meg f legkisebb értékét és azt az x helyet, ahol ezt a legkisebb értéket felveszi!

Árokszállási Eszter (Paks)

6. feladat: Oldjuk meg az egész számok halmazán a következő egyenletet:

$$y(1-x)^2 + x(1-y)^2 + (x+y)^2 - x^3 - y^3 = 2000.$$

Kovács Béla (Szatmárnémeti)