VIII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Debrecen, 1999. márc. 25-29.

11. osztály

1. feladat: Melyik az a háromjegyű szám, amelynek négyzete is és köbe is ugyanezzel a háromjegyű számmal végződik?

Bogdán Zoltán (Cegléd)

2. feladat: Tekintsük az összes olyan $P(x, y)$ pontot, amelynek koordinátáira $x^2y^2 + x^2 - 10xy - 8x + 16 = 0$ teljesül. Milyen értékeket vehet fel az xy szorzat?

Kántor Sándorné (Debrecen)

3. feladat: Határozzuk meg az összes olyan valós együtthatós polinomot, amelyre minden valós x esetén teljesül az

$$x \cdot p(x) \cdot p(1 - x) + x^3 + 100 \geq 0$$

egyenlőtlenség!

Erdős Gábor (Nagykanizsa)

4. feladat: Legyen S az ABC hegyesszögű háromszög súlypontja, és r a háromszög köré írt kör sugara. Bizonyítsuk be, hogy

$$AS^2 + BS^2 + CS^2 > \frac{8r^2}{3}.$$

Oláh György (Révkomárom)

5. feladat: Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder súlypontja mind a négy csúcstól egyenlő távolságra van, akkor bármely két szemközti élpár felezőpontjait összekötő szakasz merőleges mindkét élre.

Kiss Sándor (Nyíregyháza)

6. feladat: Igazoljuk, hogy ha $x_1, x_2, \ldots, x_n (n \geq 3)$ különböző pozitív egész számok, akkor

$$\frac{1}{{x_1}^3} + \ldots + \frac{1}{{x_n}^3} < \frac{11}{8} - \frac{1}{2n(n-1)}.$$

Bencze Mihály (Brassó)