# *VIII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny*

*Debrecen, 1999. márc. 25-29.*

## 9. osztály

**1. feladat:** Milyen $p$ és $q$ prímszámokra teljesül a $3(p^2 - q) = q^2 - p$ egyenlet?

*Oláh György (Révkomárom)*

**2. feladat:** Az $ABC$ háromszögben $AC = BC$ és $ABC\angle = BAC\angle = 40°$ . A $BAC$ szög szögfelezője a $BC$ oldalt a $D$ pontban metszi. Bizonyítsuk be, hogy $AD + DC = AB$!

*Szabó Magda (Szabadka)*

**3. feladat:** Az $ABCD$ érintőnégyszög ($A$ és $C$ átellenes csúcsok) beírt körének középpontja $O$, sugara $r$. Az $ABO$ és $CDO$ háromszögek köré írt körének sugara $r_1$ illetve $r_2$. Bizonyítsuk be, hogy $r$ nem lehet nagyobb $r_1$-nél is és $r_2$-nél is.

*Kántor Sándor (Debrecen)*

**4. feladat:** A valós számok halmazában értelmezett $\circ$ műveletre (amelynél bármely $x$, $y$ valós szám esetén $(x \circ y)$ is valós szám) minden $x$, $y$, $z$ valós szám esetén teljesülnek a következő tulajdonságok:

$$x \circ y = y \circ x,$$

$$(x \circ y)z = (xz) \circ (yz)$$

$$(x \circ y) + z = (x + z) \circ (y + z).$$

Mennyi $1999 \circ 2000$?

*Kántor Sándorné (Debrecen)*

**5. feladat:** Egy téglalap oldalai 37 és 54 egységnyiek. Vegyünk fel a téglalapon (a belsejében vagy kerületén) 1999 pontot. Bizonyítsuk be, hogy a pontok bármilyen választása esetén lesz közöttük legalább három, amely lefedhető egy $\frac{9}{4}$ átmérőjű körlappal.

*Benedek Ilona (Vác)*

**6. feladat:** Adottak az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ valós számok úgy, hogy $1 \leq x_i \leq n^2$ $(i = 1, 2, \ldots n)$ és $1 \leq i < j \leq n$ esetén $x_j - x_i \geq j + i$. Határozzuk meg az $x_1, x_2, \ldots x_n$ számokat!

*Bencze Mihály (Brassó)*