VII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Szabadka, 1998. ápr. 23-26.

12. osztály

1. feladat: Melyek azok a valós számokon értelmezett, valós értékű f függvények, amelyek minden $x, y \in \mathbb{R}$ esetén kielégítik az $x \cdot f(y) = y \cdot f(x)$ egyenletet?

Árokszállási Tibor (Paks)

2. feladat: Oldjuk meg az

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} + \frac{1}{6z} &= \frac{1}{\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6}} \\ x + y^2 + z^3 &= 14 \end{aligned}$$

Neubauer Ferenc (Munkács)

3. feladat: Bizonyítsuk be, hogy ha az $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ egyenlet összes gyöke valós szám, akkor $a^2 \geq 3b$ (a, b, c adott valós számok)!

Oláh György (Révkomárom)

4. feladat: Egy szabályos négyoldalú gúla beírt gömbjének sugara r, köré írható gömbjének sugara R. Igazoljuk, hogy

$$\frac{R}{r} \geq \sqrt{2} + 1.$$

Szabó Magda (Szabadka)

5. feladat: Az (a_n) valós számsorozatot a következőképpen értelmezzük:

$$a_1 = a_2 = 2 \text{ és } a_{n+1} = \frac{a_n^2}{a_n^2 - a_n + 1}, \text{ ha } n \geq 2.$$

Igazoljuk, hogy bármely $k \geq 1$ esetén $a_1 + a_2 + \ldots + a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_k$

Kovács Béla (Szatmárnémeti)

6. feladat: Oldjuk meg a pozitív valós számok halmazán az

$$\begin{aligned} x + y + z &= xyz \\ \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{z}{\sqrt{1+z^2}} &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

egyenletrendszert!

Bencze Mihály (Brassó)