VI. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Kaposvár, 1997. ápr. 2-6.

11. osztály

1. feladat: Egy nem állandó számtani sorozat első két tagjának összege és szorzata egyenlő egymással. Az első három tag összege és szorzata is egyenlő. Határozzuk meg a sorozat első négy tagjának az összegét!

Kovács Béla (Szatmárnémeti)

2. feladat: A konvex n oldalú sokszöget vágjuk szét háromszögekre. Minden háromszögbe írjunk kört. Bizonyítsuk be, hogy a körök sugarainak összege nagyobb vagy egyenlő a $\frac{2T}{k}$ hányadosnál, ahol T az n oldalú sokszög területe, k pedig a kerülete!

Szabó Magda (Szabadka)

3. feladat: Adott a síkon n darab pont, amelyek között nincs három, amely egy egyenesre esne, és nincs négy, amely egy körön lenne. Minden ponthármas köré kört írunk. Mutassuk meg, hogy a körök között lévő egységsugarú körök száma legföljebb $\frac{n(n-1)}{3}$.

Róka Sándor (Nyíregyháza)

4. feladat: Az $f(x)$ másodfokú polinomot helyettesítjük az

$$x^2 f\left(1+\frac{1}{x}\right)$$

vagy az

$$(x-1)^2 \cdot f\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

polinomok közül az egyikkel. Az $x^2+1997x+1998$ polinomból megkaphatjuk-e ilyen műveletek segítségével az $x^2+1996x+1997$ polinomot?

Orosz olimpiai feladat alapján Kubatov Antal (Kaposvár)

5. feladat: Bizonyítsuk be, hogy érvényes: $a^2(-u^2+v^2+w^2)+b^2(u^2-v^2+w^2)+c^2(u^2+v^2-w^2) \geq 16Tt$, ahol t az a, b, c oldalú háromszög, T pedig az u, v, w oldalú háromszög területe. Mikor áll fenn az egyenlőség?

Oláh György (Révkomárom)

6. feladat: Igazoljuk, hogy a $|\sin n|$ alakú számok halmazának (n nem negatív egész) van legalább két olyan eleme, amelyek kisebbek $\frac{1}{1000}$-nél!

Dáné Károly (Marosvásárhely)