VI. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Kaposvár, 1997. ápr. 2-6.

9. osztály

1. feladat: Bizonyítsuk be, hogy $1997x^2 + 1998x + 1995$ semmilyen x egész szám esetén sem lesz teljes négyzet!

Oláh György (Révkomárom)

2. feladat: Óránk éppen egy 4 és 5 óra közötti időpontot mutat. Egy 7 és 8 óra közötti pillanatban a két mutató az előbbi helyzethez képest helyet cserélt. Hány óra volt a két időpontban?

Bogdán Zoltán (Cegléd)

3. feladat: Legyen d_1, d_2, d_3 egy hegyesszögű háromszög magasságpontját a csúcsokkal összekötő három szakasz. Igazoljuk, hogy $d_1 + d_2 + d_3 > k$, ahol k a magasságok talppontjai által meghatározott háromszög kerületét jelöli.

Árokszállási Tibor és Eszter (Paks)

4. feladat: Bizonyítsuk be, hogy $111\ldots1 - 222\ldots2$ négyzetszám (az $111\ldots1$ szám $2n$ jegyű, a $222\ldots2$ n jegyű)!

Neubauer Ferenc (Munkács)

5. feladat: Egy hegyesszögű háromszög területe t. Minden oldal felezőpontjából merőlegest állítunk a másik két oldalra. Mekkora a hat merőleges által közrezárt konvex hatszög területe?

Róka Sándor (Nyíregyháza)

6. feladat: Léteznek-e olyan $a_1, a_2, \ldots, a_n$ pozitív számok, amelyekre teljesülnek a következő egyenlőtlenségek:

$$\begin{aligned} a_1(1 + a_2a_3 \ldots a_{n+2}a_{n-1}) &> 1 + a_1a_2 \ldots a_n \\ a_2(1 + a_3a_4 \ldots a_{n-1}a_n) &> 1 + a_1a_2 \ldots a_n \\ &\vdots \\ a_n(1 + a_1a_2 \ldots a_{n-3}a_{n-2}) &> 1 + a_1a_2 \ldots a_n? \end{aligned}$$

Bencze Mihály (Brassó)