# *V. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny*

*Székelyudvarhely, 1996. márc. 29-ápr. 2.*

## 11. osztály

**1. feladat:** Igazoljuk, hogy

$$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{1996}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{1996}$$

pozitív egész szám, és adjuk meg a szám utolsó számjegyét.

*Urbán János (Budapest)*

**2. feladat:** Oldjuk meg a természetes számok halmazán az $x^y - x = y^x - y$ egyenletet.

*Bencze Mihály, Oláh György (Brassó, Révkomárom)*

**3. feladat:** Legyen $ABC$ háromszög $AC$ oldalának $A$-hoz közelebbi harmadoló pontja $D$, $BC$ oldalának felezési pontja $E$. Az $ABED$ négyszögről tudjuk, hogy húrnégyszög és egyben érintőnégyszög is. Jelölje $R$ az $ABC$ háromszög körülírt körének sugarát és $r$ az $ABED$ négyszög beírt körének sugarát. Határozzuk meg az $R/r$ hányados pontos értékét.

*Bíró Bálint (Eger)*

**4. feladat:** Igazoljuk, hogy ha az $ABC$ hegyesszögű háromszögben $a=\beta$ és $b=\alpha$ akkor $c \le \alpha\cdot\gamma$. ($a$, $b$, $c$ a háromszög oldalainak hosszát $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ a háromszög $A$, $B$ illetve $C$ csúcsához tartozó szögeinek mértéke radiánban.)

*Bencze Mihály (Brassó)*

**5. feladat:** Egy $6n \times 6n$ ($36n^2$ mezőt tartalmazó) négyzetes táblára két játékos felváltva, $2\times 2$-es négyzeteket rak, amelyek nem fedik egymást. Az veszít, aki már nem tud tenni.
*a*) Legalább hány lépés után fejeződhet be a játék?
*b*) Van-e valamelyik játékosnak nyerő stratégiája?

*András Szilárd, Bege Antal (Csíkszereda, Kolozsvár)*

**6. feladat:** Az $A_1A_2A_3A_4$ tetraéderben $G_i$-vel jelöljük az $A_i$-vel szemben fekvő lap súlypontját. Ha egy térbeli $M$ pont esetén $3MG_i = MA_i$ bármely $i \in \{1,2,3,4\}$, igazoljuk, hogy $M$ a tetraéder súlypontja.

*András Szilárd, Tuzson Zoltán (Csíkszereda, Székelyudvarhely)*