V. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Székelyudvarhely, 1996. márc. 29-ápr. 2.

9. osztály

1. feladat: a) Igazoljuk, hogy ha n egész szám, akkor $\frac{(7n-1)}{4}$ és $\frac{(5n+3)}{12}$ nem lehetnek egyszerre egész számok.

b) Hány olyan 1996-nál kisebb n természetes szám van, amelyre $\frac{(4n+3)}{(13n+2)}$ tört egyszerűsíthető?

Weszely Tibor, Czapáry Endre (Marosvásárhely, Pápa)

2. feladat: A valós számok halmazán oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} x^2 - 4y + 3 &= 0 \\ y^2 - 4z + 3 &= 0 \\ z^2 - 4x + 3 &= 0 \end{aligned}$$

Árokszállási Tibor (Paks)

3. feladat: Melyek azok az $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvényeket, melyekre $f(x) + f(g(y)) = x + y$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén?

Kacsó Ferenc (Kolozsvár)

4. feladat: Adott egy szabályos 16 oldalú sokszög. Bármely két csúcsát összekötjük egy piros, kék vagy zöld szakasszal. Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan háromszög, amelynek azonos színű oldalai vannak.

Bege Antal (Kolozsvár)

5. feladat: Az ABC háromszögben a B és C szögek belső szögfelezőinek talppontját B', C' -vel, a külső szögfelezők metszéspontját I_a-val, míg a háromszög köré írható kör középpontját O-val jelöljük. Igazoljuk, hogy I_aO merőleges $B'C'$-re.

András Szilárd (Csíkszereda)

6. feladat: Adott az ABC hegyesszögű háromszög, a belsejében egy M pont, valamint N és P, az M vetületei az AB és AC oldalakra és D a BC oldal felezőpontja. Igazoljuk, hogy $MN \cdot AC = MP \cdot AB \Leftrightarrow BAM\angle = DAC\angle$.

Bencze Mihály (Brassó)