IV. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Paks, 1995. márc. 31-ápr. 4.

11. osztály

1. feladat: Az $AB = 1$ átmérőjű félkörbe olyan $ABCD$ trapézt szerkesztettünk, amely érintőnégyszög is. Mekkora a trapéz két szára?

Kiss Sándor (Nyíregyháza)

2. feladat: Az e élhosszúságú $ABCDA'B'C'D'$ kocka egy lapja az $ABCD$ négyzet; az AA', BB', CC', DD' élek párhuzamosak. Mekkora az $ADCD'$ és a $BCDC'$ derékszögű tetraéderek közös részét képező test felszíne és térfogata?

Bogdán Zoltán (Cegléd)

3. feladat: Bizonyítsuk be, hogy

$$a)\quad \log_a \tfrac{2bc}{b+c} + \log_b \tfrac{2ca}{c+a} + \log_c \tfrac{2ab}{a+b} \geq 3, \text{ ha } 0 < a, b, c < 1$$

$$b)\quad \log_a \tfrac{b+c}{2} + \log_b \tfrac{c+a}{2} + \log_c \tfrac{a+b}{2} \geq 3, \text{ ha } a, b, c > 1$$

Milyen esetben áll fenn az egyenlőség?

Weszely Tibor (Marosvásárhely)

4. feladat: Egy sakkbajnokságon mindenki mindenkivel játszott. Győzelemért 1, döntetlenért 0,5, vereségért 0 pont járt. A bajnokság végén kiderült, hogy minden résztvevő pontszámának felét az utolsó három helyezett elleni játszmákban szerezte. Hány résztvevője volt a versenynek?

Katz Sándor (Bonyhád)

5. feladat: Határozzuk meg azokat az x, y, z, t valós számokat, amelyek kielégítik a következő egyenletet:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 1 = t + \sqrt{x + y + z - t}$$

Kovács Béla (Szatmárnémeti)

6. feladat: Határozzuk meg azt a valós számok halmazán értelmezett valós értékű f függvényt, amely minden valós x-re kielégíti az

$$(f(x))^3 + (x^2 + x^4 + \ldots + x^{2n})f(x) = 2x^3 + x^5 + x^7 + \ldots + x^{2n+1}$$

egyenletet ($n \geq 1$ rögzített egész).

Bencze Mihály (Brassó)