IV. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Paks, 1995. márc. 31-ápr. 4.

10. osztály

1. feladat: Egy $n \times n$-es táblázat minden mezőjére ráírjuk az 1, 2, 3 számok valamelyikét. Ki lehet-e tölteni a táblázatot úgy, hogy a sorokban, az oszlopokban és a két átlóban levő számok összege mind különböző legyen?

Kiss Sándor (Nyíregyháza)

2. feladat: Bizonyítsuk be, hogy ha p és q 3-nál nagyobb prímszámok, akkor $p^2 + 7q^2 - 23$ nem prímszám.

Oláh György (Révkomárom)

3. feladat: Az ABC háromszög C csúcsánál derékszög van. A B-ből induló szögfelező az AC befogót a P, a háromszög köré írt kört a Q pontban metszi. Mekkorák a háromszög szögei ha $BP = 2PQ$?

Benedek Ilona (Vác)

4. feladat: Bizonyítsuk be, hogy minden x valós számhoz létezik olyan y valós szám, hogy az (x, y) számpár megoldása az $x^5 + y^5 - x^4 - y^4 + x^4y + xy^4 - x - y + 1 = 0$ egyenletnek!

Kiss Sándor (Nyíregyháza)

5. feladat: Legyen M a hegyesszögű ABC háromszög AD magasságának egy belső pontja, és legyen A_1 a háromszög köré írt kör A végpontú átmérőjének másik végpontja. Az A-ból az A_1M egyenesre emelt merőleges a BC egyenest A_0-ban metszi; az M-ből AC-re, illetve AB-re állított merőlegesek talppontjait B_0, illetve C_0. Bizonyítsuk be, hogy A_0, B_0, C_0 egy egyenesen vannak.

András Szilárd (Csíkszereda)

6. feladat: Határozzuk meg azt az f függvényt, amely
a) minden nemnegatív egészhez nemnegatív egész számot rendel hozzá, különböző egészekhez különböző egészeket;
b) minden nemnegatív egész n-re kielégíti az

$$f^2(0) + f^2(1) + \ldots + f^2(n) \leq \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

egyenlőtlenséget.

Bencze Mihály (Brassó)