III. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Ungvár, 1994. ápr. 15-19.

11. osztály

1. feladat: Igazoljuk, hogy ha egy számtani sorozat elemei pozitív egész számok és van az elemek között négyzetszám, akkor végtelen sok négyzetszám is van a sorozat elemei között.

Szabó Magda (Szabadka)

2. feladat: Legyenek a, b, c olyan valós számok, amelyekre $a+b+c=1$ és $a, b, c \geq -0{,}25$. Igazoljuk, hogy

$$\sqrt{4a+1}+\sqrt{4b+1}+\sqrt{4c+1} \leq \sqrt{21}.$$

Neubauer Ferenc (Munkács)

3. feladat: Mutassuk meg, hogy az

$$S = \left\{ x \in \mathbb{Q} \,\middle|\, x = \frac{3k+4}{5k+2}, k = 1, 2, \ldots 100 \right\}$$

halmaznak mind a 100 eleme különböző! Rendezzük őket nagyság szerint sorrendbe!

Szabó Magda (Szabadka)

4. feladat: Az ABC háromszög oldalaira az $AC^2+BC^2=2AB^2$ összefüggés áll fenn. Határozzuk meg a háromszög síkjában azoknak a P pontoknak a halmazát, amelyekre $PA^2+PB^2=2PC^2$ teljesül.

Bencze Mihály (Brassó)

5. feladat: Igazoljuk, hogy 2^{1994}-nek van olyan többszöröse, amelynek tízes számrendszerbeli alakja csak az 1-es és 2-es számjegyeket tartalmazza!

Katz Sándor (Bonyhád)

6. feladat: A sík 6 különböző pontjában olyan fényszórók vannak elhelyezve, amelyeknek fénynyalábjai 60°-os szöget alkotnak. El lehet-e forgatni a fényszórókat úgy, hogy bevilágítsák az egész síkot?

Gecse Frigyes (Ungvár)