III. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Ungvár, 1994. ápr. 15-19.

10. osztály

1. feladat: Határozzuk meg azokat a tízes számrendszerben felírt pozitív egész számokat, amelyek egyenlők számjegyeik összegének négyzetével!

Árokszállási Tibor (Paks)

2. feladat: Legyenek a, b, c pozitív valós számok, amelyekre $abc = 1$. Határozzuk meg az $M = (1+a)(1+b)(1+c)$ kifejezés minimumát!

Szabó Magda (Szabadka)

3. feladat: Egy n lakosú városban klubokat szerveznek úgy, hogy bármely két klubnak legyen, és bármely három klubnak már ne legyen közös tagja. Legfeljebb hány klubot lehet így szervezni?

Róka Sándor (Nyíregyháza)

4. feladat: Az ABC derékszögű háromszögben meghúztuk az AB átfogóhoz tartozó magasságot, ennek talppontja D. A C csúcsból induló szögfelező az átfogót E-ben metszi. A BDC szög felezője CB-t M-ben, az ADC szög felezője AC-t N-ben metszi. Bizonyítsuk be, hogy a $CNEM$ négyszög négyzet!

Benedek Ilona (Vác)

5. feladat: Igazoljuk, hogy ha n és k pozitív egész számok, akkor

$$(2n)! + (2k)! \geq 2(n+k)! \text{ és}$$

$$(2n+1)! + (2k+1)! \geq 2(n+k+1)!, \text{ ahol}$$

$$m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot m.$$

Bencze Mihály (Brassó)

6. feladat: Az $ABCDEF$ hatszög köré kör írható. Igazoljuk, hogy az AD, BE és CF átlók akkor és csak akkor metszik egymást egy O pontban (a kör belsejében), ha

$$AB \cdot CD \cdot EF = BC \cdot DE \cdot FA.$$

Kárteszi Ferenc (Budapest)