III. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Ungvár, 1994. ápr. 15-19.

9. osztály

1. feladat: Igazoljuk, hogy a $2p+1$ alakú számok között, ahol p prímszám, pontosan egy olyan van, amely egy pozitív egész szám köbe!

Szabó Magda (Szabadka)

2. feladat: Hány olyan — legalább kételemű — halmaz van, amelynek elemei egymást követő pozitív egész számok, és a halmaz elemeinek összege 100?

Kántor Sándorné (Debrecen)

3. feladat: Egy kör AB átmérőjét messük el egy, az AB-vel $45°$-os szöget bezáró CD húrral, AB és CD metszéspontját jelölje P! Igazoljuk, hogy $2(CP^2+PD^2)=AB^2$.

Benedek Ilona (Vác)

4. feladat: Határozzuk meg a $2x^2-8xy+17y^2-16x-4y+2062$ kifejezés legkisebb értékét, ha x és y tetszőleges valós számok!

Róka Sándor (Nyíregyháza)

5. feladat: Egy 2 egység kerületű háromszög oldalainak hossza a, b és c. Igazoljuk, hogy

$$a)\ (1-a)(1-b)(1-c)>0$$
$$b)\ a^2+b^2+c^2+2abc<2.$$

Szabó Magda (Szabadka)

6. feladat: Bizonyítsuk be, hogy ha $x\in\mathbb{R}$ és $n>0$, akkor

$$\left[\frac{(n+1)x}{2}-\frac{[x]+[2x]+\ldots+[nx]}{n}\right]=0,$$

ahol $[A]$ jelöli az A szám egész részét, tehát azt a legnagyobb egész számot, amely nem nagyobb A-nál.

Bencze Mihály (Brassó)