II. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Vác, 1993. ápr. 4-7.

11. osztály

1. feladat: Legyen p_n az n-edik prímszám, és $N = p_n + p_{n+1}$ $(n > 1)$. Bizonyítsuk be, hogy N legalább 3, nem feltétlenül különböző prímszám szorzata.

Róka Sándor (Nyíregyháza)

2. feladat: A pozitív egész számok sorozatából töröljük az 1-et, továbbá a 2-vel és 3-mal osztható számokat. Így az $5, 7, 11, 13, 17, \ldots$ sorozatot kapjuk. Határozzuk meg a sorozat általános tagját.

Szabó Magda (Szabadka)

3. feladat: Az egész számok halmazán oldjuk meg a következő egyenletet:

$$x^4 - x^3y - xy^3 + y^4 = 1.$$

Tar Miklós (Ungvár)

4. feladat: A körbe írt $ABCD$ négyszög AC átlójának a felezőpontja a BD átlón van. Bizonyítsuk be, hogy

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = 2BD^2.$$

Szabó Magda (Szabadka)

5. feladat: Határozzuk meg azt a legnagyobb p egész számot, amelyre igaz, hogy az 1, 2, $\ldots$, 99, 100 számok bármely permutációjában van 10 egymást követő elem, amelyeknek összege legalább p.

Urbán János (Budapest)

6. feladat: Igazoljuk, hogy bármely x, y, z pozitív számok esetén fennáll az

$$\frac{x+y+z}{3} - \sqrt[3]{xyz} \geq \frac{1}{6}\left((\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + (\sqrt{y}-\sqrt{z})^2 + (\sqrt{z}-\sqrt{x})^2\right)$$

egyenlőség. Általánosítsuk a feladatot.

Bencze Mihály (Brassó)