II. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Vác, 1993. ápr. 4-7.

10. osztály

1. feladat: Az $ABCD$ négyzet CD oldalára, a négyzet külső tartományában, megszerkesztjük az M-ben derékszögű DCM háromszöget. Bizonyítsuk be, hogy a $DMC\angle$ szögfelezője a négyzetet két egybevágó részre osztja.

Mészáros József (Galánta)

2. feladat: Bizonyítsuk be, hogy a

$$93n^2 - 4n + 5$$

másodfokú polinom nem írható fel két racionális együtthatójú elsőfokú polinom négyzeteinek különbségeként.

Mészáros József (Galánta)

3. feladat: Oldjuk meg a pozitív prímszámok halmazán a következő egyenletet:

$$3x^2 + 6x = 2y^2 + 7y.$$

Oláh György (Révkomárom)

4. feladat: Az ABC háromszög súlyvonalai s_a, s_b, illetve s_c. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög akkor és csak akkor derékszögű, ha $s_a^2 + s_b^2 = 5s_c^2$.

Neubauer Ferenc (Munkács)

5. feladat: Bizonyítsuk be, hogy $n > 1$ egész szám esetén

$$\sqrt[3]{n - \sqrt{n}} + \sqrt[3]{n + \sqrt{n}}$$

irracionális szám.

Tar Miklós (Ungvár)

6. feladat: Igazoljuk a következő azonosságot:

$$\left[\sqrt{n} + \sqrt{n+2} + \sqrt{n+4}\right] = \left[\sqrt{9n+17}\right],$$

ahol $n \geq 2$ egész szám, és $[a]$ az a szám egészrészét jelöli.

Bencze Mihály (Brassó)