II. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Vác, 1993. ápr. 4-7.

9. osztály

1. feladat: Egy háromjegyű szám számjegyei különbözők és nincs közöttük nulla. A számjegyek összege n. Bizonyítsuk be, hogy a három számjegyből az összes lehetséges módon képezhető háromjegyű számok számtani közepe osztható 37-tel és n-nel.

Szabó Magda (Szabadka)

2. feladat: Az $ABCD$ paralelogramma AD és BC oldalán úgy vesszük fel a belső F illetve E pontot, hogy teljesüljön az $AF = EC$ egyenlőség. Legyen továbbá P az AB oldal tetszőleges belső pontja. Az EF és DP szakaszok metszéspontját G-vel, az EF és CP szakaszok metszéspontját pedig H-val jelöljük.

Bizonyítsuk be, hogy a PGH háromszög területe az FGD és CHE háromszögek területeinek összegével egyenlő.

Mészáros József (Galánta)

3. feladat: Számítsuk ki azt az n pozitív egész értéket, amelyre fennáll a következő egyenlőség:

$$\frac{1}{3} + \frac{13}{15} + \frac{33}{35} + \ldots + \frac{(2n-1)(2n+1)-2}{(2n-1)(2n+1)} = 995 + \frac{1}{1993}.$$

Gecse Frigyes (Ungvár)

4. feladat: Bizonyítsuk be, hogy az egységnyi sugarú kör belsejében adott négy különböző pont között van olyan kettő, melyeknek a távolsága kisebb, mint $\sqrt{2}$.

Oláh György (Révkomárom)

5. feladat: Legyen

$$f_n(x) = f_0\left(f_{n-1}(x)\right), \text{ ahol } n = 1, 2, \ldots \text{ és } f_0(x) = \frac{1}{1-x}.$$

Számítsuk ki az $f_{1994}(1993)$ értékét.

Róka Sándor (Nyíregyháza)

6. feladat: Igazoljuk, hogy ha bármely $a_1, a_2, \ldots, a_n (n > 1)$ valós számokra fennáll a

$$\sum_{i=1}^{n} |a_i - a_{i+1}| = 2\max(a_1, a_2, \ldots, a_n) - 2\min(a_1, a_2, \ldots, a_n)$$

egyenlőség, akkor $n \in \{2, 3\}$. Feltételezzük, hogy $a_{n+1} = a_1$.

Bencze Mihály (Brassó)