

46. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – 1. nap NYOLCADIK OSZTÁLY

Minden állításodat bizonyítanod kell. Csak akkor elegendő az eredmény pusztá közlése, ha a feladat szövegében szerepel, hogy „*nincs szükség indoklásra*”.

1. Lehet-e találni két egymást követő kettőhatványt, melyek összege négyzetszám?
(Kettőhatványnak nevezzük az $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ sorozat tagjait, ahol minden tag az öt megelőző kétszerese.)
2. Egy sokszög minden oldalának hossza centiméterben mérve egész szám, az összes belső szögének nagysága pedig 60° vagy 240° . Lehet-e a sokszög oldalainak száma
(a) 2016?
(b) 2017?
3. Ki lehet-e színezní a sík pontjait négy színnel úgy, hogy ne lehessen találni négy darab egyszínű pontot, melyek egy téglalap négy csúcsát alkotják?
4. Egy 0-tól és 1-től különböző racionális számból kiindulva műveleteket hajtunk végre. Egy lépésben a következő két művelet valamelyikét: vehetjük egy meglévő szám reciprokát, vagy egy meglévő számot kivonhatunk egyből. A kapott számot a következő lépésben már felhasználhatjuk. Ezeket a lépéseket addig ismételjük, amíg már nem jöhet ki új szám. A kiinduló szám értékétől függően hányféle számot kaphatunk ilyen módon? Az összes lehetőségre mutass példát!
5. 16 csapat körmerkőzést játszik, mindenki mindenkivel pontosan egyszer találkozik. Minden mérkőzésen az egyik csapat nyer, a másik veszít, döntetlen nincsen.
Add meg a 12 győzelmet elérő csapatok számának legnagyobb lehetséges értékét!

2017. május 19.

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor.
Lektorálta: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.