

46. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – 2. nap

ÖTÖDIK OSZTÁLY

1. Egy 14 fős baráti társaságban üveggolyókat gyűjtenek: pirosat, zöldet és sárgát. A következőket tudjuk:

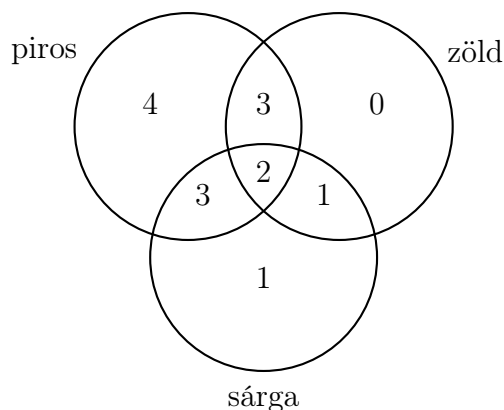
- (1) Akinek nincs zöld, annak van piros vagy sárga.
- (2) Akinek nincs sárga, annak van piros.
- (3) Közülük 7-nek pontosan 2-féle üveggolyója van.
- (4) Ötüknek eddig csak 1-félét sikerült gyűjteni.

Válaszolj az alábbi kérdésekre:

- (a) Hánynak nincs eddig még üveggolyója?
- (b) Hánynak van mindhárom fajta?
- (c) Van-e olyan társaság, melyre az összes feltétel teljesül?

Megoldás

- (a) Nincs közöttük olyan személy, akinek ne lenne legalább egy üveggolyója, hiszen a feltétel értelmében, akinek nincs zöld golyója, annak van más színű.
- (b) Mivel 5-nek van pontosan 1-féle, 7-nek pontosan 2-féle színű üveggolyója, ez 12 fő, továbbá mindenkinek van legalább az egyik színből és összesen 14-en vannak, így $14 - 12 = 2$ ember van a társaságban, akinek mindhárom színű üveggolyója van.
- (c) Egy lehetséges esetet mutat az alábbi ábra:

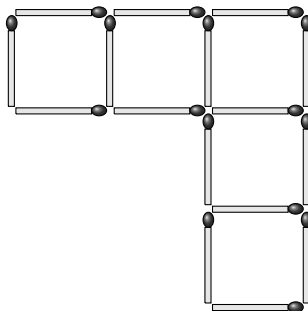


TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Megjegyzés: Csak zöld golyója egyetlen egy embernek sem lehet, máskülönben egy ilyen személyre nem teljesülne a (2) feltétel. Ha ezt a versenyző megállapítja, vagy az általa megadott társaságra ez fennáll, de valamelyik egyéb feltétel nem teljesül, akkor itt kapjon 1 pontot a 2 helyett.

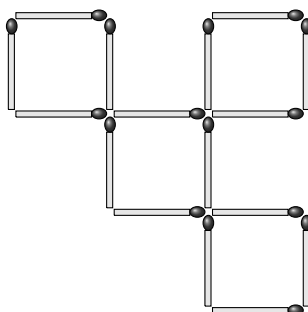
2. (a) Helyezz át az ábrán két gyufaszálát úgy, hogy a négyzetek száma 4-re csökkenjen, és minden gyufaszál valamelyik négyzet teljes oldalát alkossa.



- (b) Hány megoldás lehetséges? (Két megoldás különböző, ha az áthelyezések után valamelyikben van gyufa egy olyan helyen, ahol a másikban nincs.)

Megoldás

- (a) Összesen 16 szál gyufánk van, amikből csakis úgy képezhetünk 4 négyzetet a feltételek szerint, hogy minden gyufaszál pontosan egy négyzetnek alkotja a teljes oldalát (azaz nincsenek közös oldalú négyzetek).



- (b) A két gyufaszál elvételével meg kell szüntetnünk két négyzetet, és létre kell hoznunk egy újat. Ez csak úgy lehetséges, hogy oda helyezzük le a gyufaszálakat, ahol már egy leendő négyzet két oldala megvan. Ezt kizárólag az ábrán látott módon tehetjük meg. Mivel két gyufaszálát mozgattunk, és két helyre tesszük le őket, így csak egyetlen megoldás létezik.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

3. Azonos betűk azonos, különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek.

$$\begin{array}{r} ABCD \\ DABC \\ CDAB \\ + \quad CDA \\ \hline CCCCCB \end{array}$$

Add meg az $ABCD$ négyjegyű szám összes lehetséges értékét!

Megoldás

Három különböző számjegy összegének maximuma 24, négynek pedig 30, így C értéke 1 vagy 2.

(a) $C = 1$:

$$\begin{array}{r} AB1D \\ DAB1 \\ 1DAB \\ + \quad 1DA \\ \hline 1111B \end{array}$$

Az egyesek helyén történő összeadás miatt $A + D = 9$. Itt 1-et továbbviszünk, s így a tízesek helyén történő összeadás miatt $B = 0$. A többi összeadás ekkor már teljesül. Az összes lehetséges eset:

2017, 3016, 4015, 5014, 6013, 7012.

(Ahány szám hiányzik, annyival kevesebb pont jár ebből a 3 pontból.)

(b) $C = 2$:

$$\begin{array}{r} AB2D \\ DAB2 \\ 2DAB \\ + \quad 2DA \\ \hline 2222B \end{array}$$

Az egyesek helyén történő összeadás miatt $A + D = 8$. Itt 1-et továbbviszünk, s így a tízesek helyén történő összeadás miatt $B = 1$. A százask helyén álló számjegyek összeadása ekkor

teljesül, viszont az ezresek helyén állóké nem, hiszen itt: $A + D + 2 = 10$, amihez hozzáadva a százaskok összeadásából keletkező 1-et, 11-et kapunk, ami nem 2-re végződik. Ekkor tehát nincs megoldás.

4. Be lehet-e írni az alábbi számokat egy 3×3 -as táblázat mezőibe úgy, hogy minden sorban egyenlő legyen a számok összege, és minden oszlopban is egyenlő legyen a számok összege?

- (a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
(b) 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4
(c) 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11

Megoldás

- (a) Igen. Mivel a 9 szám összege 45, ezért soronként és oszloponként is 15 a számok összege. Egy lehetséges kitöltés:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

- (b) Nem. A számok összege 29, ami nem osztható hárommal, míg a három egyenlő sorösszeg összege csak hárommal osztható számot adhat.
- (c) Nem. A számok összege 48, ezért az egyenlő sor- és oszlopösszegek értéke 16 lenne. Nézzük a 11 sorát és oszlopát egy feltételezett jó kitöltésben. Csak kétféle módon egészíthető ki 11 16-ra a megadott számokkal: $11 + 0 + 5$ és $11 + 1 + 4$. Most nézzük a 10 sorát és oszlopát (amik különböznek 11 sorától és oszlopától). A 10 mellé 6 összegű számpár kellene, de ilyet nem találunk a megmaradt számok között. A beírás tehát nem lehetséges.