TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Megyei forduló

ÖTÖDIK OSZTÁLY

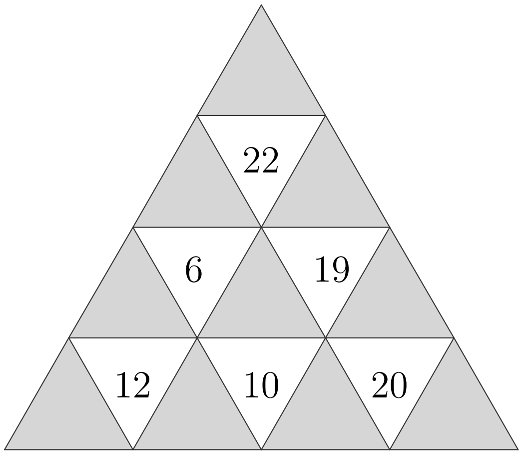
1. – Többet eszel, mint én! – mondta méltatlankodva Hernyó Álteknőcnek.
– Nem is igaz! – válaszolta felháborodva Álteknőc.
– Mindketten tévedtek – csitította őket Alice, hangjában enyhe szemrehányással.
Mire Fehér Nyúl a világ legszelídebb hangján fűzte véleményét az elhangzottakhoz:
– Mindnyájatoknak igaza van.
A négy állítás közül hány igaz?

Megoldás
Hernyó és Álteknőc állítása ellentmond egymásnak, e két állítás egyike igaz, a másik hamis. (***2*** *pont*)
Így Alice állítása nem lehet igaz, mert mindkét állítást hamisnak mondja. (***2*** *pont*)
Fehér Nyúlé sem lehet igaz, mert ő igaznak mondja a két ellentmondó állítást. (***2*** *pont*)
Az első két állítás közül az egyik igaz, az összes többi állítás hamis. Vagyis 1 igaz állítás van. (***1*** *pont*)
Összesen: 7 pont

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

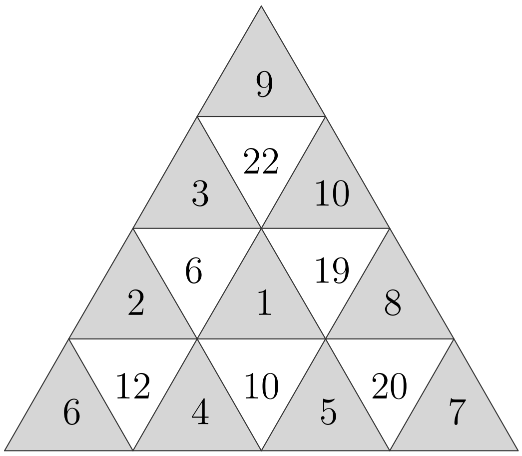
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

2. Írjuk be 1-től 10-ig a számokat a szürke háromszögekbe úgy, hogy minden fehér háromszögben a vele oldallal szomszédos háromszögekbe írt számok összege szerepeljen.



Megoldás

Az egyetlen helyes kitöltés:



(***7** pont*)

Megjegyzés

Ha a megoldásban 1-10-ig minden szám egyszer szerepel, de nem jó a kitöltés akkor 2-vel kevesebb pontot kapjon, mint ahány helyes összeg van a megoldásban.

Ha egy nem befejezett megoldás minden száma egyezik az egyetlen helyes megoldás megfelelő számával, akkor azt a következőképpen pontozzuk: Ha 3 vagy 4 jó szám van, akkor 1 pont, ha 5 vagy 6, akkor 2 pont, ha 7 akkor 3 pont, ha 8 (vagy 9), akkor 4 pont.

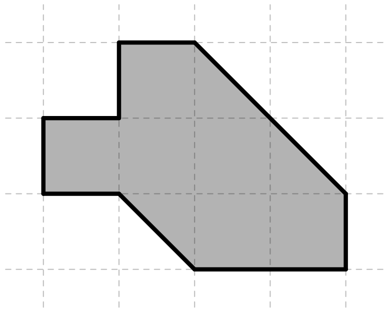
Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

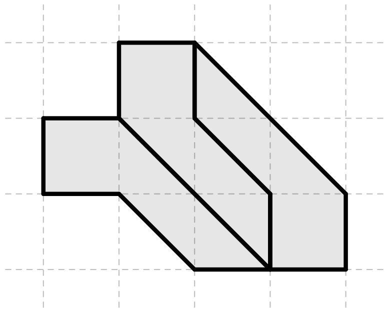
3. Osszuk fel az itt látható alakzatot

   (a) 3
   (b) 5
   (c) 15

   egybevágó (tükrözést is megengedve egymással fedésbe hozható) részre.

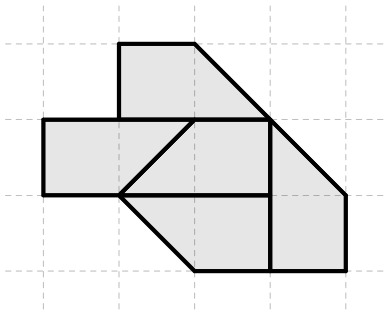


Megoldás
3 egybevágó részre az alábbi módon bonthatjuk fel az alakzatot:



(***3*** *pont*)

5 egybevágó részre az alábbi módon bonthatjuk fel az alakzatot:

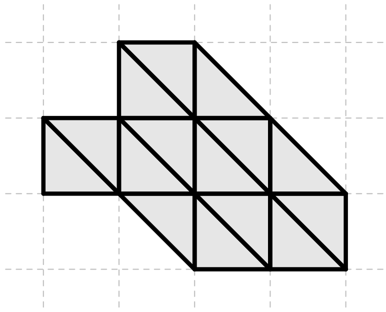


Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

(*2* pont)

15 egybevágó részre az alábbi módon bonthatjuk fel az alakzatot:



(*2* pont)

Összesen: 7 pont

Megjegyzés

Mind a 3 részfeladatra egyéb megfelelő megoldások is léteznek, minden esetben az ezektől eltérő jó megoldásokért jár az adott résznek megfelelő részpontszám, de minden résznél csak egy jó megoldás vehető figyelembe.

Ha valaki nem ad jó felosztást, de kiszámolja, hogy hány egység területűnek kell egy résznek lennie (a) 2,5 b) 1,5 c) 0,5), akkor azért összesen 2 pont jár. Ha csak egy vagy két részfeladatnál teszi ezt meg, akkor az 1 pontot ér.

4. 2016 darab szomszédos egész számot összeadva különböző összegeket kaphatunk. Ezek közül az összegek közül melyik áll legközelebb a 0-hoz?

Megoldás

0 csak páratlan darabszámú szomszédos egész összegeként áll elő úgy, hogy középen a 0 áll, és minden szám az ellentettjével együtt szerepel az összegben. (*1* pont)

$2016 : 2 = 1008$. -1007-től $+1007$-ig 2015 db szomszédos egész van, ezek összege 0. Ha az 1008-at, vagy a -1008-at az összeghez vesszük, 2016 db szomszédos számunk van, (*2* pont)

s ezek összege 1008, vagy -1008, melyek egyenlő távolságra vannak a 0-tól. (*1* pont)

Ha a számsort a negatív irányban ,,toljuk el”, az összeg -1008-nál kisebb lesz, ha pozitív irányban, akkor 1008-nál nagyobb lesz. (Ez azért igaz, mert az első esetben pozitív számo(ka)t kihagyunk az összegből, negatíva(ka)t pedig hozzáteszünk, a másodikban pedig fordítva.) (*1* pont)

A 0-hoz legközelebbi összeg 1008, (*1* pont)

vagy -1008. (*1* pont)

Összesen: 7 pont

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

5. Van sok egyforma 4×9-es téglalapunk. Ezekből nagyobb téglalapokat szeretnénk hézagmentesen, a kisebb téglalapok átfedése nélkül összerakni. Sikerülhet-e ez, ha a nagy téglalap oldalai

   (a) 20×71;

   (b) 19×72;

   (c) 21×72?

Megoldás

(a) A kis téglalapok területe $4 \cdot 9 = 36$ egység. (***1*** *pont*)
A nagy téglalap területe $20 \cdot 71 = 1420$, ami nem osztható 36-tal, ezért ez a téglalap nem rakható ki. (***1*** *pont*)

(b) A 19 egységnyi oldalt nem lehet kirakni 4 és 9 hosszú oldalak segítségével, (***1*** *pont*)
mert $19 = 2 \cdot 9 + 1 = 1 \cdot 9 + 10 = 0 \cdot 9 + 19$ és tudjuk, hogy legfeljebb két 9 hosszú oldalt használhatunk. Mivel a maradék egyik esetben sem osztható 4-gyel, ezért ez a téglalap sem rakható ki. (***2*** *pont*)

(c) Osszuk fel a 21×72-es téglalapot két téglalapra. Legyenek ezek 12×72-es, illetve 9×72-es méretűek. Az előbbi kirakható 3×8 kis téglalappal, a második pedig 18 téglalappal. (***2*** *pont*)

Összesen: 7 pont

Megjegyzés
A c) résznél egyéb kirakás is természetesen 2 pontot ér, illetve minden olyan ábra is, amelyből egyértelműen látszik a kirakás mikéntje.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.
Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő