

XIV. Imolya Sándor matematikaverseny – 2018. május 7.

1. A Kovács család gyümölcsfáinak metszésekor Pisti az alábbiakat számolta ki:

/5 pont

Ha édesapám egyedül metszi meg a tizenkettő gyümölcsfát, ahogyan tavalyelőtt, akkor 4 óra alatt végez. Ha segíték neki, ahogyan tavaly, akkor 3 óra alatt végzünk.

Mennyi idő alatt végezne Pisti a gyümölcsfák metszésével, ha egyedül, édesapja segítségével nélkül csinálná?

2. Pisti észrevette, hogy a fákat megtámadta a levéltetű. A permetszerből már tavaly bevásároltak (akciós volt), de a keverési arány (mennyi vízhez mennyi permetszer kell) a zacskón elmosódott, és senki sem emlékszik, hogy mennyi volt az arány.

/9 pont

Janka, aki Pisti nővére, biztosan állítja, hogy a bekeverendő permetszer mennyisége (grammban mérve) négyzetszám, de az, hogy mennyi vízhez kell, nem tudja. És arra is emlékszik, hogy a víz mennyisége pedig biztosan nem négyzetszám.

Pistinek erre beugrott, hogy a víz mennyisége (literben mérve) több, mint kétszerese, de kevesebb, mint a háromszorosa a permetszer (grammban mért) mennyiségének. És arra is emlékezett, hogy a víz mennyisége literben mérve egész szám.

Édesapjuk pedig közölte, hogy a permetező, amit használ, 11 literes, és nem kellett teljesen teletölteni. Ha elfogadjuk, hogy mindenki jól emlékszik, mennyi vízhez mennyi permetszert kell keverni?

3. Pistiéknek háromféle gyümölcsfájuk van: cseresznye, barack és szilva, összesen tizenkettő (ahogy korábban már megtudhattuk). Ezeken kívül még van nem gyümölcsfájuk (fenyő és tölgy vegyesen).

/8 pont

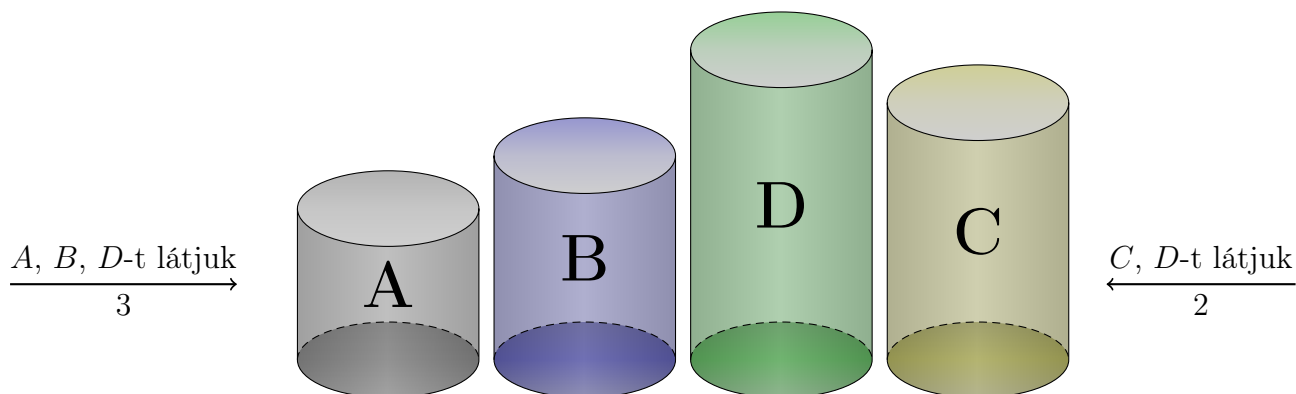
Tudjuk, hogy az összes fa 85 %-a nem cseresznye és 75 %-a nem barack, valamint a gyümölcsfák összesen 60 %-ot tesznek ki.

Hány cseresznye, barack és szilvafájuk van Pistiéknek?

4. A gyümölcszsüretre és befőtt elrakására készülve Janka átrendezi az egyik polcot, és az átrendezés után a polcon levő üvegekről a következőket állapítja meg:

/6 pont

- négy különböző méretű üveg van,
- minden sorban és minden oszlopban mindegyik méret egyszer szerepel,
- szemből nézve a magasabb üvegek eltakarják az alacsonyabbakat.



Az üvegeket növekvő magasság szerint az A, B, C, D betűk jelképezik. Janka az alábbi ábrát készítette az üvegek polcon való elhelyezkedéséről. Az ábra melletti információk azt jelölik, hogy a sor széléről hány üveg látszik. Például ha egy sorban A, B, D, C sorrendben követik egymást az üvegek, akkor a sor bal oldaláról 3 üveg (A, B, D), jobb oldaláról 2 üveg (C, D) látszik.

Töltsd ki a táblázat mezőit a megfelelő üvegek betűjeleivel! A megoldáshoz vezető gondolatokat is írd le!

	2	4	1	2	
2					2
4					1
1					3
2					3
	2	1	3	3	

5. A befőzés után Janka fajtánként megszámlolta az eltett befőtteket (barack, cseresznye, szilvabefőttek lettek).

/6 pont

Pistinek az alábbiakat mondta:

- az összes befőtt negyede barack
- az összes befőtt harmadánál tíz üveggel kevesebb a barack
- ha kilenccel kevesebb barack, és ugyanennyivel több cseresznye lenne, akkor a két befőtt száma megegyezne

Pisti édesapjának elpanaszolta, hogy Janka nem árulta el se azt, hogy hány üveggel raktak el, se azt, hogy a szilvabefőttek számáról mit lehet tudni és ennyi információból ő nem tudja kitalálni, hogy melyik befőttből hány üveg lett. Édesapja felvilágosította, hogy ennyi információ pont elegendő.

Segíts Pistinek!

XIV. Imolya Sándor matematikaverseny – 2018. május 7.— Javítókulcs

1. A Kovács család gyümölcsfáinak metszésekor Pisti az alábbiakat számolta ki:

/5 pont

Ha édesapám egyedül metszi meg a tizenkettő gyümölcsfát, ahogyan tavalyelőtt, akkor 4 óra alatt végez. Ha segíték neki, ahogyan tavaly, akkor 3 óra alatt végzünk.

Mennyi idő alatt végezne Pisti a gyümölcsfák metszésével, ha egyedül, édesapja segítségével nélkül csinálná?

Édesapa óránként $12 : 4 = 3$ gyümölcsfát metsz meg.	1 pont	1 pont	
A három óra alatt kilencel végez.	1 pont	2 pont	
Pisti a három óra alatt a maradék hárommal végez.	1 pont	3 pont	
Azaz tizenkettő gyümölcsfához $\frac{12}{3} \cdot 3 = 12$ órára van szüksége.	2 pont	5 pont	

2. Pisti észrevette, hogy a fákat megtámadta a levéltetű. A permetszerből már tavaly bevásároltak (akciós volt), de a keverési arány (mennyi vízhez mennyi permetszer kell) a zacskón elmosódott, és senki sem emlékszik, hogy mennyi volt az arány.

/9 pont

Janka, aki Pisti nővére, biztosan állítja, hogy a bekeverendő permetszer mennyisége (grammban mérve) négyzetszám, de az, hogy mennyi vízhez kell, nem tudja. És arra is emlékszik, hogy a víz mennyisége pedig biztosan nem négyzetszám.

Pistinek erre beugrott, hogy a víz mennyisége (literben mérve) több, mint kétszerese, de kevesebb, mint a háromszorosa a permetszer (grammban mért) mennyiségének. És arra is emlékezett, hogy a víz mennyisége literben mérve egész szám.

Édesapjuk pedig közölte, hogy a permetező, amit használ, 11 literes, és nem kellett teljesen teletölteni.

Ha elfogadjuk, hogy mindenki jól emlékszik, mennyi vízhez mennyi permetszert kell keverni?

Olyan négyzetszámot keresünk, amelynek kétszerese nem éri el a 11-et.	1 pont	1 pont	
Lehetséges értékek az 1 és a 4	2 pont	3 pont	Értékenként 1-1 pont
Az 1 nem lehetséges, mivel a feladat szerint a víz mennyisége $2 \cdot 1 = 2$ -nél több és $3 \cdot 1 = 3$ -nál kevesebb, és egész szám.	1 pont	4 pont	
A víz mennyisége $2 \cdot 4 = 8$ -nál több és $3 \cdot 4 = 12$ -nél kevesebb.	1 pont	5 pont	
A 11 literes permetezőt nem kell teletölteni, így a szükséges vízmennyiség 9 vagy 10 liter lehet.	2 pont	7 pont	
A 9 nem jó, mivel az négyzetszám.	1 pont	8 pont	
4 g permetszert kell 10 l vízbe keverni.	1 pont	9 pont	

3. Pistiéknek háromféle gyümölcsfájuk van: cseresznye, barack és szilva, összesen tizenkettő (ahogy korábban már megtudhattuk). Ezeken kívül még van nem gyümölcsfájuk (fenyő és tölgy vegyesen).

/8 pont

Tudjuk, hogy az összes fa 85 %-a nem cseresznye és 75 %-a nem barack, valamint a gyümölcsfák összesen 60 %-ot tesznek ki.

Hány cseresznye, barack és szilvafájuk van Pistiéknek?

Összesen $\frac{12}{60} \cdot 100 = 20$ fa van.	2 pont	2 pont	
$100 - 85 = 15$ % cseresznye.	1 pont	3 pont	
Azaz 3 cseresznye.	1 pont	4 pont	
25 % barack, azaz 5 barackfa.	2 pont	6 pont	
$12 - 3 - 5 = 4$ szilvafa.	2 pont	8 pont	

4. A gyümölcszsüretre és befőtt elrakására készülve Janka átrendezi az egyik polcot, és az átrendezés után a polcon levő üvegekről a következőket állapítja meg:

/6 pont

- négy különböző méretű üveg van,
- minden sorban és minden oszlopban mindegyik méret egyszer szerepel,
- szemből nézve a magasabb üvegek eltakarják az alacsonyabbakat.

Az üvegeket növekvő magasság szerint az A, B, C, D betűk jelképezik. Janka az alábbi ábrát készítette az üvegek polcon való elhelyezkedéséről. Az ábra melletti információk azt jelölik, hogy a sor széléről hány üveg látszik. Például ha egy sorban A, B, D, C sorrendben követik egymást az üvegek, akkor a sor bal oldaláról 3 üveg (A, B, D), jobb oldaláról 2 üveg (C, D) látszik.

Töltsd ki a táblázat mezőit a megfelelő üvegek betűjeleivel! A megoldáshoz vezető gondolatokat is írd le!

	2	4	1	2	
2	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	2
4	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	1
1	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	3
2	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	3
	2	1	3	3	

Az 1-es mellett (alatt/felett) <i>D</i> áll, hiszen ő eltakar mindent, és csak ő látható.	1 pont	1 pont	
4-es mellett növekvő sorrend kell, hiszen minden egyes üveg látszik: <i>ABCD</i>	1 pont	2 pont	
3-asnál egy lesz eltakarva, az eddig beírtak (és a feltételek) miatt csak a <i>BACD</i> és <i>ABDC</i> sorrendek a megfelelőek.	1 pont	3 pont	
Maradék kiegészítése, miszerint minden sorban és minden oszlopban minden méretből 1 szerepel	1 pont	4 pont	
Hibátlanul kitöltött táblázat.	2 pont	6 pont	Ha csak a táblázat van kitöltve minden magyarázat nélkül, csak ezt a pontot kapja meg.

5. A befőzés után Janka fajtánként megszámlolta az eltett befőtteket (barack, cseresznye, szilvabefőttek lettek).

/6 pont

Pistinek az alábbiakat mondta:

- az összes befőtt negyede barack
- az összes befőtt harmadánál tíz üveggel kevesebb a barack
- ha kilenccel kevesebb barack, és ugyanennyivel több cseresznye lenne, akkor a két befőtt száma megegyezne

Pisti édesapjának elpanaszolta, hogy Janka nem árulta el se azt, hogy hány üveggel raktak el, se azt, hogy a szilvabefőttek számáról mit lehet tudni és ennyi információból ő nem tudja kitalálni, hogy melyik befőttből hány üveg lett. Édesapja felvilágosította, hogy ennyi információ pont elegendő.

Segíts Pistinek!

$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$, $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, azaz az összes üveg $\frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$ -e 10 üveg, azaz összesen 120 üveg van.	2 pont	2 pont	
Ebből 30 üveg barack.	1 pont	3 pont	
A „kilenccel több, kilenccel kevesebb” feltételből következik, hogy a cseresznye $2 \cdot 9 = 18$ -cal kevesebb a baracknál.	1 pont	4 pont	
A cseresznyebefőttek száma $30 - 18 = 12$.	1 pont	5 pont	
A szilva pedig $120 - 30 - 12 = 78$ üveg.	1 pont	6 pont	