KEZDŐK

Első forduló4mm

1. 1996-ot írjuk fel három természetes szám összegeként úgy, hogy ha a második számmal elosztjuk az első számot, hányadosul is és maradékul is 7-et, 7-et kapunk. Ha a második számmal osztjuk el a harmadik számot, a hányados ismét 7, de a maradék 99. Mekkora ez a három természetes szám?

2. Az ABC háromszögben a C csúcsnál derékszög van. Az $XYZC$ téglalap X, Y, Z csúcsai rendre a háromszög AC, AB, BC oldalán helyeznek el. Bizonyítsa be, hogy a téglalap területe nem lehet nagyobb az ABC háromszög területének felénél!

3. Legyenek adottak a valós számok halmazán értelmezett következő függvények:

$$f: \ x \mapsto |x| + |x-4| g: \ x \mapsto |x+2| - |x-2| + 6$$

Értelmezzük a h függvényt a következőképpen:

$$h: x \mapsto f(x), ha$$

f(x)≥ $g(x)$ g(x),ha $g(x) > f(x)$.

$$brzoljaa$$

h$fggvnyta$]-5;1-]$intervallumon$!

4. Egy adott AB szakasz hosszát jelölje d. B-n át húzunk egy e egyenest, és B-ből felmérjük rá a d távolságot. Így megkapjuk a C pontot. C-n át párhuzamost húzunk AB-vel, és C-ből felmérjük rá d-t, így kapjuk a D pontot. A szerkesztést megismételjük minden (AB-től különböző) e egyenesre. Mi a BD szakaszok felezőpontjainak a halmaza?

5. Bizonyítsa be, hogy ha egy legalább kétjegyű négyzetszám utolsó előtti jegye páratlan, akkor az utolsó számjegye 6.

Második forduló

Szakközépiskolák

1. Melyek azok az $(x; y)$ pozitív egészekből álló számpárok, amelyek a következő egyenletet kielégítik?

$$\left(1+\frac{1}{x}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{y}\right) = 2$$

2. Az $ABCD$ derékszögű trapéz AD magassága egyenlő a trapéz alapjainak összegével. A nem derékszögű BC szár felező merőlegese a szemközti oldal egyenesét a P pontban metszi. Bizonyítsa be, hogy P-ből a BC szár derékszögben látszik!

3. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget, ahol p valós paraméter:

$$\frac{|2x-p|}{|x-p|} > 1 \ .$$

Nem speciális tantervű gimnáziumok

1. A k egész paraméter milyen értékei esetén van legalább egy olyan $(x;y)$ pozitív egészekből álló számpár, amely kielégíti a következő egyenletet:

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{y}\right)=k$$

Határozza meg az egyenlet pozitív egész számpárokból álló megoldásait!

2. Bizonyítsa be, hogy ha a, b pozitív valós számok és c tetszőleges valós szám, akkor

$$a+4b+4c^2 \geq 6+5c-\frac{1}{a}-\frac{1}{b} \ .$$

3. Legyen az ABC egyenlő szárú háromszög AC szárának egy pontja P! Mérjük fel B-ből a PA szakaszt a CD szár B-n túli meghosszabbítására, és jelöljük a kapott pontot Q-val! Mi a PQ szakaszok felezőpontjainak halmaza, ha P befutja az AC szakaszt?

Speciális tantervű gimnáziumok

1. Megegyezik a nem speciális tantervű gimnáziumok 2. feladatával.

2. Egy 1996×1996-os négyzetbe beírtuk 1-től 1996^2-ig a természetes számokat egymás után úgy, hogy először az első sorban balról jobbra írtuk őket, majd a második sorban is balról jobbra írtuk őket és így tovább. Válasszunk ki a beírt számok közül 1996-ot úgy, hogy mindegyik más oszlopból és más sorból való legyen! Ezeknek a számoknak az összege hány különböző értéket adhat?

3. Legyen P az ABC egyenlő szárú háromszög síkjában olyan pont, amelyből a BC alap derékszögben látszik, és amelyet a BC egyenes az A ponttól elválaszt, továbbá legyen P távolsága az AB, AC és BC egyenesektől rendre d_1, d_2 és d_3. A P pont mely helyzetében lesz $d_1+d_2-d_3$ maximális?

HALADÓK Első forduló

Szakközépiskolák és nem speciális tantervű gimnáziumok

1. Bizonyítsuk be, hogy 2^{100} nem állítható elő 100 darab egymást követő egész szám összegeként.

2. Hány olyan ötjegyű szám van, amelyben van ismétlődő számjegy (mint pl. a 73443 vagy a 21256 stb)?

3. Az ABC egyenlő szárú háromszög AB, illetve AC szárán úgy adott a P, illetve a Q pont, hogy $PCB\sphericalangle = 40^\circ$ és $QBC\sphericalangle = 50^\circ$. Mekkora a $PQB\sphericalangle$, ha $BAC\sphericalangle = 20^\circ$?

4. Bizonyítsuk be, hogy bármely háromszög súlyvonalaiból (mint oldalakból) háromszög szerkeszthető, és az így kapott háromszög területének, valamint az eredeti háromszög területének aránya minden esetben ugyanakkora.

5. Hány olyan x valós szám van, amelyre a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = \sqrt{x^2+100} - \sqrt{x^2+1}$ függvény értéke egész szám?

Speciális tantervű gimnáziumok

1. Az x, y, z egész számokra teljesül a következő egyenlőség:

$$x^2(y+z) + y^2(x+z) + z^2(x+y) + 2xyz = 1996.$$

Mennyi az $x+y+z$ összeg legnagyobb és legkisebb értéke?

2. Azonos az előző kategória 3. feladatával.

3. Az ABC háromszögben a C csúcsnál derékszög van. A B csúcsból induló szögfelező a C-ből induló magasságot F-ben, az AC oldalt G-ben metszi. Húzzunk párhuzamost F-en át az AC oldallal, ez az AB oldalt H-ban metszi.

Igazoljuk, hogy az $FCGH$ négyszög rombusz.

4. 27 egységkockából összeraktunk egy $3\times3\times3$-as kockát. Legfeljebb hány kis kockát lehet elvenni az építményből úgy, hogy a maradék olyan összefüggő test legyen, amelynek felszíne nem kisebb a nagy kocka felszínénél? Összefüggőségen lapösszefüggőséget értünk, vagyis hogy a maradék testben bármely kis kockától bármelyik másikig eljuthatunk lapszomszédos kockákon keresztül.

Második forduló

Szakközépiskolák

1. Igazoljuk, hogy ha x pozitív valós szám, akkor

$$x^6 - x^5 + 4x^4 - 8x^3 + 4x^2 - x + 1 \geq 0.$$

2. Az ABC derékszögű háromszög AC és BC befogói fölé (kifelé) négyzeteket szerkesztünk: AA_1C_1C és BB_1C_2C. Igazoljuk, hogy az A_1B_1 szakasznak felezőpontja az ABC háromszög köré írt körrel való egyik metszéspontja!

3. Hányféleképpen helyezhető el két azonos színű (egyforma) futó a 8×8-as sakktáblán úgy, hogy ne üssék egymást (azaz ne legyenek egy átlós irányú egyenesen)?

4. Mekkora az ábrán látható egység élű kockába írt $ACFH$ és $BDGE$ tetraéder közös részének térfogata?

Nem speciális tantervű gimnáziumok

1. Hány 20 000-nél kisebb egész számot állít elő a következő N kifejezés, ahol x nem negatív valós szám:

$$N = [x]^2 + [x^2]$$

2. Azonos a szakközépiskolák 2. feladatával.

3. Azonos a szakközépiskolák 3. feladatával.

4. Hány olyan x egész szám van, amelyre a $\sqrt{x} + \sqrt{x + 1995}$ összeg értéke is egész szám?

Harmadik (döntő) forduló

Szakközépiskolák

1. Hány olyan – egybevágóság erejéig – különböző téglatest van, amelyre igaz, hogy éleinek hossza adott egységben mérve pozitív egész szám, továbbá felszíne és térfogata azonos számértékű?

2. Az ABC szabályos háromszög középpontja O. A sík egy tetszőleges P pontjának az A csúcsra vonatkozó tükörképe P_1, a P_1 pont tükörképe a B csúcsra P_2, míg P_2-nek C-re vonatkozó tükörképe P_3. Határozzuk meg azokat a P pontokat, amelyekre a $POP_3\sphericalangle$ derékszög!

3. Néhány csapat egyfordulós körmérkőzést vívott (minden csapat pontosan egyszer játszott a többivel). Egy győzelem 2 pontot ér, a döntetlen értéke 1 pont, vereségért pedig nem jár pont. A mérkőzések befejeztével minden csapat más-más pontszámot gyűjtött. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az első és utolsó helyezett csapat győzelmeinek száma különböző.

Nem speciális tantervű gimnáziumok

1. Azonos a szakközépiskolák 1. feladatával.

2. Jelölje az ABC háromszög beírt körének középpontját O, BC oldalának felezőpontját F. Messe az FO egyenes az A csúcsból induló magasságot P-ben. Bizonyítsuk be, hogy az AP szakasz hossza a háromszögbe írt kör sugarával egyenlő!

3. Egy egységsugarú körlap minden pontját kiszínezzük két adott szín valamelyikével.

a) Bizonyítsuk be, hogy van olyan színezés, amelyre igaz, hogy minden olyan háromszög területe, amelynek csúcsai azonos színűek, egy egységnél kisebb!

b) Igazoljuk, hogy bármely színezés esetén van olyan háromszög, amelynek csúcsai azonos színűek, és területe legalább $\frac{3}{4}$ egység!

Speciális tantervű gimnáziumok

1. Azonos a nem speciális tantervű gimnáziumok 2. feladatával.

2. Nevezzük pénzdobás sorozatoknak a tetszőleges, véges hosszúságú F (fej) és I (írás) betűkből álló sorozatokat. Legyen A_n azonknak az n hosszúságú pénzdobás sorozatoknak a száma, amelyekben van két F egymás után. Jelölje B_n azoknak az n hosszúságú pénzdobás sorozatoknak a számát, amelyekben van három egymást követő egyforma betű. Igazoljuk, hogy $B_{1996} = 2 \cdot A_{1995}$.

3. Azonos a nem speciális tantervű gimnáziumok 3. feladatával.

Az 1995/96. évi Arany Dániel Matematika Verseny eredményei

KEZDŐKSzakközépiskolai tanulók

I. díj:Sipos Péter, Budapest, Trefort Á. Kéttannyelvű Szki. és Gimn., tanára: Dunajszki Zsuzsanna

II. díjSpisák Ferenc, Eger, Neumann J. Közg. Szki. és Gimn., tanára: Sárközy Gábor

III. díjGera Zoltán, Budapest, Neumann J. Számítástechn. Szki., tanára: Mészáros Tünde

Mihajlik Gábor, Vác, Boronkay Gy. Műsz. Középisk., tanára: Fábián Gábor

I. dicséret: *Balázs Csaba*, Hódmezővásárhely, Kossuth Zs. Műsz. Szki. és Gimn., tanára: Kékesi János; *Barák Tamás*, Békéscsaba, Széchenyi I. Közgazd. és Külker. Szki., tanára: Schédl Ilona; *Szeremi Katalin*, Eger, Közgazd. Szki., tanára: Nagy Lajosné; *Varga Gábor*, Paks, Energetikai Szakképzési Intézet, tanára: Árokszállási Tibor; *Sánta B. Zoltán*, Budapest, Trefort Á. Kéttannyelvű Szki. és Gimn., tanára: Dunajszki Zsuzsanna; *Balogh Péter*, Vác, Boronkay Gy. Műsz. Középiskola, tanára: Fábián Gábor; *Flaskár Melinda*, Bonyhád, Perczel Mór Közgazd. Szki., tanára: Gombos Bertalanné; *Kovács Rita*, Szeged, Kőrösy J. Közgazd. és Külker. Szki., tanára: Jenei Márta *Mészáros Miklós*, Debrecen, Brassai Sámuel Műsz. Középiskola, tanára: Szabó Istvánné; *Veress Orsolya*, Budapest, Varga J. Közgazd. Szki., tanára: Stafka Ferencné; *Wágner Ágota*, Dunaújváros, Rudas Közgazd. Középiskola, tanára: Kondor Lászlóné.

Nem speciális tantervű gimnáziumok tanulói

I. díj:Bujdosó Attila, Budapest, Veres Péter Gimnázium, tanára: Varga Mária **Dezső Balázs**, Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimnázium, (8. oszt. tanuló)
tanárai: Ponáczné Csuthy Márta, Sipos Imre; **Papp Dávid**, Budapest, Szent István Gimnázium, (8. oszt. tanuló) tanárai: Juhász István, Rácz János

II. díj:Antók Péter, Budapest, ELTE Radnóti M. Gyakorlóiskola, (8. oszt. tanuló), tanára: Marcsek Gábor **Győri Nikolett**, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium, (8. oszt. tanuló), tanárai: Fazakas Tünde, Dobos Sándor, Pósa Lajos, Győri Ervin, Montágh Balázs **Kajtár Márton**, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium, (8. oszt. tanuló), tanára: Fazakas Tünde **Lengyel Tímea**, Kaposvár, Munkácsy Mihály Gimnázium, tanára: Gajdos Katalin

III. díj:Dancsó Zsuzsa, Budapest, ELTE Trefort Á. Gyakorlóiskola, tanára: Veszprémi Ferenc **Gergely Péter**, Budapest, Kölcsey F. Gimnázium, tanára: Bíró József **Gyenes Zoltán**, Budapest, ELTE Apáczai Cs. J. Gimnázium, (8. oszt.tanuló), tanára: Drozdy Győzőné **Pál András**, Budapest, Eötvös J. Gimnázium, tanárai: Gyengéné Beé Andrea, Somfai Zsuzsa **Szakács László**, Budapest, Jedlik Á. Gimnázium, tanárai: Gudenus Lászlóné, Sebestyén Zoltán

I. dicséret: *Benedek Csaba*, Szombathely, Nagy L. Gimnázium, tanára: Márton János; *Csiszár Gábor*, Budapest, Szent István Gimnázium, (8. oszt. tanuló) tanárai: Juhász István, Rácz János; *Gönczi Balázs*, Budapest, Mócicz Zs. Gimnázium, tanára: Lux Judit; *Gueth Krisztián*, Szombathely, Kanizsai D. Gimnázium, tanára: Sándor Endre; *Imre Gábor*, Budapest, Babits M. Gimnázium, tanára: Lőrincz Margit; *Mecz Balázs*, Pápa, Türr I. Gimnázium és Ped. Szki., tanára: Bátyay Gyuláné; *Pandúr Sándor*, Budapest, ELTE Apáczai Cs. J. Gimnázium, tanára: Pósfai Péter; *Zábrádi Gergely*, Győr, Révai M. Gimnázium, (8. oszt.tanuló) tanára: Szijártó Miklósné.

Speciális matematika tantervű gimnáziumi tanulók

I. díj:Lukács László, Miskolc, Földes F. Gimnázium, tanárai: Szabó Kálmán, Gulyás Tibor **Patakfalvi Zsolt**, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium, tanárai: Táborné Vincze Márta, Beleznay Ferenc **Terpai Tamás**, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium, tanárai: Táborné Vincze Márta, Beleznay Ferenc

II. díj:Felföldi Zsolt, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium,
tanárai: Táborné Vincze Márta, Beleznay Ferenc **Horváth Gábor**, Debrecen, Fazekas M. Gimnázium, tanára: Nagy Erzsébet **Németh András**, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium, tanárai: Táborné Vincze Márta, Beleznay Ferenc

III. díj:Szabadka Zoltán, Veszprém, Lovassy L. Gimnázium, tanárai: Farkas István, Kovács Előd **Tóth Péter**, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium, tanárai: Táborné Vincze Márta, Beleznay Ferenc **Végh László**, Debrecen, Fazekas M. Gimnázium, tanára: Nagy Erzsébet

I. dicséret: *Sárosi Zsolt*, Kaposvár, Táncsics M. Gimnázium, tanára: Terlaky Edit, Drankovics József; *Szabó Péter*, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium, tanárai: Táborné Vincze Márta, Beleznay Ferenc; *Tallós Ákos*, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium, tanárai: Táborné Vincze Márta, Beleznay Ferenc;

HALADÓKSzakközépiskolai tanulók

I. díjat a versenybizottság nem adott ki.

II. díj:Vincicki Norbert, Nyíregyháza, Széchenyi I. Közg. Szki., tanárai: Kiss Sándor, Kissné Orosz Gyöngyvér

III. díj:Bodonyi Gábor, Jászberény, Liska J. Erősáramú Szki. és Gimn., tanára: Zoltán Attila **Nagy István**, Vác, Boronkay Gy. Műsz. Középisk., tanára: Kaszás Gyula **Tímár Norbert**, Békéscsaba, Széchenyi I. Közg. Szki., tanára: Szabó Jánosné

I. dicséret: *Buzás Bence*, Vác, Boronkay Gy. Műsz. Középiskola, tanára: Benedek Ilona; *Markó Csaba*, Paks, Energetikai Szakképzési Intézet, tanára: Árokszállási Eszter; *Ivánfi Zoltán*, Budapest, Neumann J. Számítástechn. Szki., tanára: Thomas Miklós.

Nem speciális matematika tantervű gimnáziumi tanulók

I. díj:Sarlós Ferenc, Baja, III. Béla Gimnázium, tanára: Királyné Nagy Éva

II. díj:Orbán György, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., tanára: Hámori
Veronika **Szász Bence**, Budapest, Eötvös J. Gimn., tanára: Somfai Zsuzsa, Gyengéné Beé Andrea **Balogh Zoltán**, Nyíregyháza, Krúdy Gy. Gimnázium, tanárai: Tóth István, Kiss Sándor

III. díj:Kun Gábor, Budapest, Piarista Gimnázium, tanárai: Wettstein József, Varga László **Gál Tamás**, Zalaegerszeg, Ságvári E. Gimnázium, tanára: Forgács Ferencné **Salamon Éva**, Zalaegerszeg, Ságvári E. Gimnázium, tanára: Henczi Béla

I. dicséret: *Klem Krisztina*, Kazincbarcika, Ságvári E. Gimnázium, tanárai: Kiss István; *Szabó Gábor*, Bonyhád, Petőfi S. Evangélikus Gimnázium, tanára: Katz Sándor; *Hartmann Miklós*, Bonyhád, Petőfi S. Evangélikus Gimnázium, tanára: Katz Sándor; *Páles Csaba*, Debrecen, KLTE Gyakorló Gimnázium, tanára: Krakk Ferenc.

Speciális matematika tantervű gimnáziumok tanulói

I. díj:Lippner Gábor, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimnázium, tanárai: Dobos Sándor, Thiry Imréné

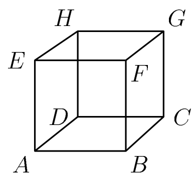
II. díj:Kőműves Balázs, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimnázium, tanárai:
Fazakas Tünde, Dobos Sándor

Zawadowski Ádám, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimnázium, tanárai: Dobos Sándor, Thiry Imréné

III. díj:Csanda Gergely, Budapest, Szent István Gimnázium, tanárai: Rácz János,
Juhász István

Csikvári András, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimnázium, tanárai: Fazakas Tünde, Dobos Sándor

I. dicséret: *Bérczi Gergely*, Szeged, JATE, Ságvári E. Gyak. Gimnázium, tanárai: Kovács István, Tarcsay Tamás; *Katona Zsolt*, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimnázium, tanárai: Fazakas Tünde, Dobos Sándor; *Otti Levente*, Budapest, Szent István Gimnázium, tanárai: Juhász István, Rácz János; *Serény András*, Budapest, Szent István Gimnázium, tanárai: Nagy Gyula, Magyar Zsolt; *Terék Zsolt*, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimnázium, tanárai: Fazakas Tünde, Dobos Sándor; *Vincze Zoltán*, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimnázium, tanárai: Fazakas Tünde, Dobos Sándor.


H
G
E
F
D
C
A
B