Bolyai János
Matematikai Társulat

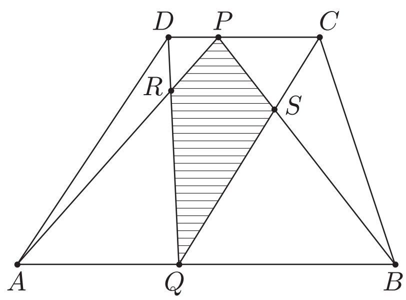
Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2011/2012-es tanév
2. (döntő) forduló
haladók III. kategória

Feladatok

1. Igazoljuk az alábbi egyenlőtlenséget!

$$\sqrt[8048]{1! \cdot 2! \cdot \ldots \cdot 4023! \cdot (1! \cdot 2! \cdot \ldots \cdot 2012!)^4} < 2012!$$

2. Van 2012 darab (nem feltétlenül különböző) pozitív számunk: $a_1, a_2, \ldots, a_{2012}$, melyek összege $2S$. A k természetes számot *felezőnek* nevezzük, ha az a_i számok közül kiválasztható k, amelyek összege éppen S. Legfeljebb hány különböző k természetes szám lehet *felező?*



1. ábra

3. Egy $ABCD$ trapéz CD alapján adott egy P belső pont (lásd 1. ábra!).

Hogyan válasszuk meg a másik AB alap Q belső pontját, ha azt szeretnénk, hogy a $PRQS$ négyszög területe a lehető legnagyobb legyen?

(R az AP és a DQ szakaszok metszéspontja, míg S a BP és a CQ szakaszok metszéspontja).

Az eredményhirdetést 2012. május 25-én (pénteken) 14.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).