Bolyai János
Matematikai Társulat

Oktatásért Közalapítvány
támogatásával

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2010/2011-es tanév
3. (döntő) forduló
haladók II. kategória

Feladatok

1. Állítsuk elő tetszőleges n pozitív egész szám esetén a $36n^2+25+12n$ összeget minimális számú páratlan négyzetszám összegeként!

2. Az $ABCD$ derékszögű trapéz alapjai $AB=a$, $CD=c$ hosszúak, a derékszögű szár $AD=d$, a másik szár $BC=b$ hosszú. A trapéz átlói merőlegesek egymásra. Bizonyítsuk be, hogy az a, b, c, d oldalakból – mint szakaszokból – kiválasztható három úgy, hogy a kiválasztott oldalakból szerkeszthető háromszögnek biztosan lesz 60°-os szöge.

3. Adottak az $\{1\}$, $\{1;2\}$, $\{1;2;3\}$, $\{1;2;3;4\}$, ..., $\{1;2;3;\ldots;8\}$ halmazok. A halmazok mindegyikéből kiválasztunk egy-egy elemet. Egy k elemű halmazból egy elemet $\frac{1}{k}$ valószínűséggel választunk.

p_k-val jelöljük annak valószínűségét, hogy a kiválasztott 8 darab szám maximuma éppen k. Határozzuk meg a $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_8$ valószínűségek legnagyobb értékét!

Az eredményhirdetést 2011. május 13-án (pénteken) 14.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).