Bolyai János

Matematikai Társulat

Oktatási és Kulturális Minisztérium
Támogatáskezelő Igazgatósága
támogatásával

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2009/2010-es tanév

kezdők I–II. kategória II. forduló
kezdők III. kategória I. forduló

Feladatok

1. Bizonyítsa be, hogy az $1, 2, \ldots, 2010$ számok közül kiválasztható 1005 úgy, hogy a kiválasztottak szorzata négyzetszám legyen. (6 pont)

2. Hány olyan négyjegyű természetes szám van, amelynek számjegyei között van prímszám és négyzetszám is? (6 pont)

3. Zoli elfelejtette barátja hétjegyű telefonszámát. Bizonyos dolgokra mégis emlékszik: Nem volt benne 0, volt benne legalább két darab 2-es és legalább két darab 3-as, valamint a számjegyek összege éppen 20 volt. Ha mindenképpen fel szeretné hívni barátját, akkor legrosszabb esetben hány telefonszámot kell végig próbálnia? (8 pont)

4. Mennyi a $\sqrt{x^2+(y-1608)^2}+\sqrt{y^2+(x-1206)^2}$ kifejezés legkisebb értéke, ha x és y valós számok? (10 pont)

5. Hány különböző 10 egységnégyzet területű, egyenlőszárú háromszöget rajzolhatunk a négyzetrácsra úgy, hogy a háromszög egyik oldala rácsvonalra, csúcsai pedig rácspontokra illeszkedjenek? (Két háromszöget akkor tekintünk különbözőnek, ha nem egybevágóak.) (10 pont)