Bolyai János

Matematikai Társulat

Oktatási és Kulturális Minisztérium
Támogatáskezelő Igazgatósága
támogatásával

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2007/2008-as tanév
3. (döntő) forduló
haladók II. kategória

Feladatok

1. Induljunk ki egy tetszőleges 2008 jegyű számból, és képezzünk az alábbi szabály szerint egy egészekből álló számsorozatot. A sorozat következő tagját az előzőből úgy kapjuk, hogy annak számjegyei összegét x-szel jelölve kiszámoljuk az $\frac{x(x-1)}{2}$ kifejezés értékét.

Bizonyítsuk be, hogy akármilyen 2008-jegyű egész számból indulunk is ki, a kapott sorozat 2007. és 2008. tagja egyenlő.

2. Egy négyzet alakú asztal négy lába 1 méter hosszú. Mindegyik lábból levághatunk egy egész deciméternyi darabot. Az is lehet, hogy semmit nem vágunk, és az egész lábat is levághatjuk. A vágások hosszát egy rendezett (v_1, v_2, v_3, v_4) négyessel írhatjuk le, a lábakat megkülönböztetjük.

Hányféle (v_1, v_2, v_3, v_4) vágásra teljesül, hogy a megmaradt asztal nem billeg?

Az asztal akkor nem billeg, ha elhelyezhető a vízszintes talajon úgy, hogy mind a négy láb leér a földre.

3. Az n természetes számot *bájosnak* nevezzük, ha összetett, és egynél nagyobb osztói felírhatók egy kör kerületére úgy, hogy a szomszédos számok nem relatív prímek.

Hány *bájos* szám van az $\{1, 2, 3, \ldots, 100\}$ halmazban?

Az eredményhirdetést 2008. május 30-án (pénteken) 13.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).