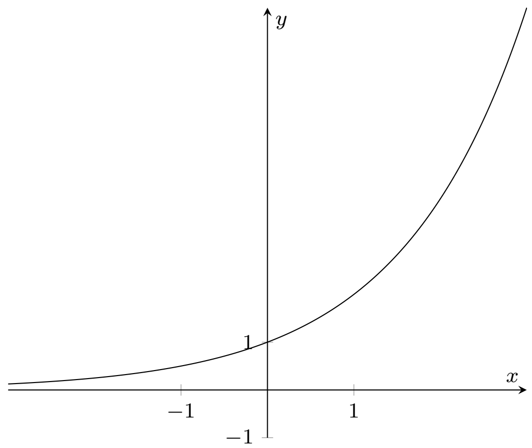
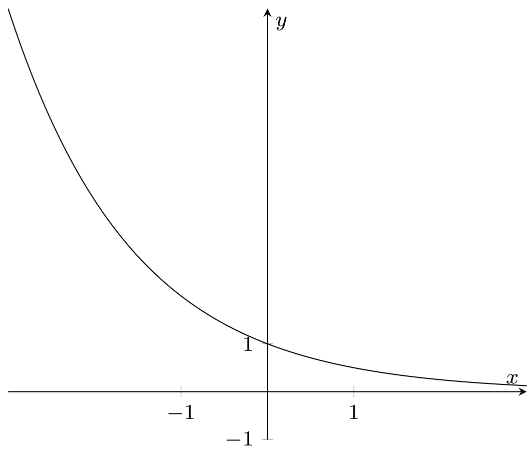
Hatványozás, logaritmus összefoglaló

- ⋆ hatványozás
  - ∗ a^x, ahol $0 < a$ és $x \in \mathbb{R}$ (azaz x-re *nem* kell kikötés!)
  - ∗ azonosságok
    - ∗ $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$, $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
    - ∗ $(a^x)^y = a^{xy}$
    - ∗ $a^x \cdot b^x = (ab)^x$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$
  - ∗ negatív és törtkitevőjű hatványok
    - ∗ $a^0 = 1$
    - ∗ $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$, $a^{-2} = \dfrac{1}{a^2}$, $a^{-3} = \dfrac{1}{a^3}, \dots$
    - ∗ $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$, $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$, $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$, $a^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{a^p}$
    - ∗ (emelt szint) irracionális kitevő ($x \in \mathbb{Q}^*$): $a^x = \lim\limits_{\substack{y \to x \\ y \in \mathbb{Q}}} a^y$
  - ∗ a^x, $a > 1$ függvény

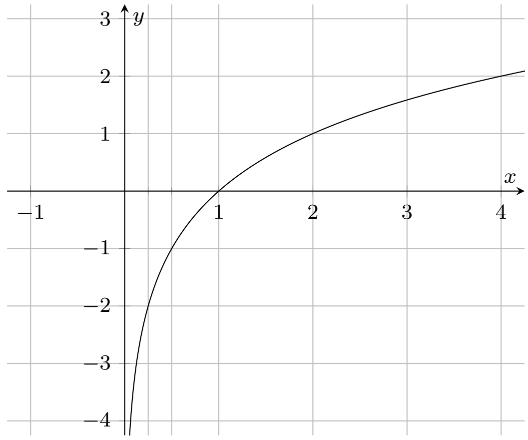


    - ∗ ÉT.: $x \in \mathbb{R}$, ÉK.: $y \in \mathbb{R}^+$
    - ∗ szig. mon. növekedő
  - ∗ a^x, $0 < a < 1$ függvény

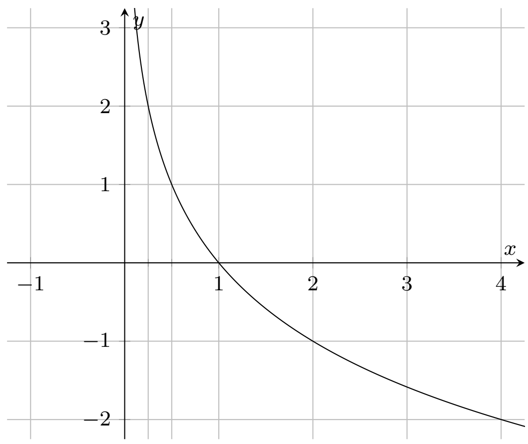


    - ∗ ÉT.: $x \in \mathbb{R}$, ÉK.: $y \in \mathbb{R}^+$
    - ∗ szig. mon. csökkenő

- ⋆ logaritmus
  - ∗ hatványkitevőt adja vissza: $a^{\log_a x} = x$, azaz a-nak hányadik hatványa x (pl. $\log_2 8 = 3$, mert $2^3 = 8$)
  - ∗ $\log_a x$ esetén $x > 0$, $a > 0$ és $a \neq 1$
  - ∗ azonosságok
    - ∗ $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$
    - ∗ $\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$
    - ∗ $n \cdot \log_a x = \log_a x^n$
    - ∗ $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$
  - ∗ számológéppel számítás: az utolsó azonosság alapján, pl. $\log_2 8 = \dfrac{\log_{10} 8}{\log_{10} 2} = \dfrac{\lg 8}{\lg 2} = 3$
  - ∗ szám vagy kifejezés átírása logaritmusra: $3 = \log_4 4^3$, hasonlóan $x = \log_a a^x$. Az átírás *mindig* megoldható!
- ⋆ $\log_a x$, $a > 1$



  - ∗ ÉT.: $\mathbb{R}^+$, ÉK.: $\mathbb{R}$ (észrevehető, hogy pont fordítva, mint az exponenciális függvény esetében)
  - ∗ szig. mon. növekedő
- ⋆ $\log_a x$, $0 < a < 1$



  - ∗ ÉT.: $\mathbb{R}^+$, ÉK.: $\mathbb{R}$
  - ∗ szig. mon. csökk.