

Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek

1. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi,$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + k \cdot 2\pi$$

b) $\sin x = \frac{1}{2}$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi,$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

c) $\cos x = -1$

$$x = (2k + 1) \cdot \pi$$

d) $\cos x = -0,5$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi$$

e) $\operatorname{tg} x = -1$

$$x = -\frac{\pi}{4} + k \cdot \pi$$

f) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$x = -\frac{\pi}{6} + k \cdot \pi$$

g) $\sin 3x = 0$

$$x = k \cdot \frac{\pi}{3}$$

h) $\sin 2x = \frac{1}{2}$

$$x_1 = \frac{\pi}{12} + k \cdot \pi$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{12} + k \cdot \pi$$

i) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

$$x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$$

j) $\sqrt{2} \cos 3x = 1$

$$x_1 = \frac{\pi}{12} + k \cdot \frac{2\pi}{3}$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + k \cdot \frac{2\pi}{3}$$

k) $\sin \pi x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x_1 = \frac{1}{4} + k \cdot 2$$

$$x_2 = \frac{3}{4} + k \cdot 2$$

l) $\sin^2 x = \frac{3}{4}$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + k \cdot \pi$$

m) $\sin 4x = \sin 3x$

$$x_1 = k \cdot 2\pi$$

$$x_2 = \frac{\pi}{7} + k \cdot \frac{2\pi}{7}$$

n) $\cos 2x = \cos x$

$$x = k \cdot \frac{2\pi}{3}$$

o) $\cos x = \sin 3x$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + k \cdot \pi$$

$$x_2 = \frac{\pi}{8} + k \cdot \frac{\pi}{2}$$

p) $\cos 5x = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$$x_1 = \frac{\pi}{24} + k \cdot \frac{\pi}{3}$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{16} + k \cdot \frac{\pi}{2}$$

q) $\operatorname{tg} 5x = \operatorname{tg} x$

$$x = k \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi, x \neq \frac{\pi}{10} + k \cdot \pi$$

r) $\cos x^2 = 1$

$$x = \pm \sqrt{k \cdot 2\pi}$$

2. Oldd meg a valós számok halmazán a következő, másodfokúra visszavezethető egyenleteket!

a) $\sin^2 x - 2 \sin x = 0$

$$x = k \cdot \pi$$

b) $\operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$

$$x_1 = k \cdot \pi$$

$$x_2 = 63,43^\circ + k \cdot 180^\circ$$

c) $\sin^2 x - \cos^2 x = \cos x$

$$x_1 = \pi + k \cdot 2\pi$$

$$x_2 = \pm \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi$$

d) $2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

e) $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi$$

f) $4 \cos^2 x + 17 \sin x = 8$

$$x_1 = 14^\circ 29' + k \cdot 360^\circ$$

$$x_2 = 165^\circ 31' + (2k + 1) \cdot 360^\circ$$

3. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket!

a) $\sin x > 0$

b) $\sin x \leq -1$

c) $\cos x > 1$

d) $\sin x > \frac{1}{2}$

e) $\sin x < \frac{1}{2}$

f) $\sin x \leq \frac{1}{2}$

g) $\cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$

h) $\operatorname{tg} x > 0$

i) $\operatorname{tg} x < -\sqrt{3}$