Exponenciális, logaritmusos egyenletek

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket a racionális számok halmazán!

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$ $\boxed{0}$

b) $3^{2-3x} = 81^{4x+1}$ $\boxed{-\frac{2}{19}}$

c) $2^{x^2-7x+12} = 1$ $\boxed{3 \text{ és } 4}$

d) $5^{x^2-8x+12} = 1$ $\boxed{2 \text{ és } 6}$

e) $4^x = 8^{2x-1}$ $\boxed{\frac{3}{4}}$

f) $4^{2x} = \sqrt[3]{128}$ $\boxed{\frac{7}{12}}$

g) $2^{x+3} - 2^x = 112$ $\boxed{4}$

h) $10^x + 10^{x-1} = 0{,}11$ $\boxed{-1}$

i) $2^{x+2} + 2^{x-2} = 34$ $\boxed{3}$

j) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 896$ $\boxed{10}$

k) $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$ $\boxed{3}$

l) $10^x - 5^{x-1} \cdot 2^{x-2} = 950$ $\boxed{3}$

m) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 121$ $\boxed{1}$

n) $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$ $\boxed{0}$

o) $3 \cdot 4^{x+2} - 2 \cdot 4^{x+1} + 8 \cdot 4^{x-1} = 5 \cdot 4^x + 148$ $\boxed{1}$

p) $9 \cdot 3^{x-2} - 2 \cdot 4^{x+1} + 8 \cdot 4^{x-1} = 5 \cdot 4^x + 148$ $\boxed{2}$

q) $4 \cdot 5^{x+1} + 3 \cdot 5^x - \frac{1}{10} \cdot 5^{x+2} = 20{,}5$ $\boxed{0}$

r) $5^{4x-3} - 4 \cdot 5^{4x-1} + 8 \cdot 5^{4x+1} = 24505$ $\boxed{1}$

s) $25 \cdot 5^{x+1} + 4 \cdot 5^x + 5^{x-1} = 646$ $\boxed{1}$

t) $5 \cdot 2^{2x+1} - 4^{x+1} + 3 \cdot 4^x = 6 \cdot 4^{x-1} + 15$ $\boxed{0{,}5}$

2. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $2 \cdot 5^{x+2} + 8 \cdot 5^{x+3} = 5250$ $\boxed{1}$

b) $7 \cdot 5^{x-3} + 7 \cdot 5^{x+3} + 2 \cdot 5^x - 2 \cdot 5^{x+1} + 2 \cdot 5^{x-2} = 4335{,}68$ $\boxed{1}$

c) $5 \cdot 4^{x+4} - 4 \cdot 4^{x-1} = 19{,}98438$ $\boxed{-3}$

d) $-4 \cdot 10^{x+2} + 2 \cdot 10^{x-3} - 8 \cdot 10^{x+3} = -83999980$ $\boxed{4}$

e) $-7 \cdot 8^{x-2} - 1 \cdot 8^{x+1} = -0{,}01583862$ $\boxed{-3}$

f) $-8 \cdot 5^{x-4} + 2 \cdot 5^{x+4} + 4 \cdot 5^{x+3} + 3 \cdot 5^x = 1095617$ $\boxed{4}$

g) $-2 \cdot 2^{x-3} + 7 \cdot 2^x + 6 \cdot 2^{x-1} + 6 \cdot 2^{x-2} - 1 \cdot 2^{x-4} = 2{,}796875$ $\boxed{-2}$

h) $2 \cdot 4^x - 2 \cdot 4^{x-2} + 8 \cdot 4^{x+4} = 2049{,}875$ $\boxed{0}$

i) $-2 \cdot 10^{x-3} - 6 \cdot 10^{x-2} - 3 \cdot 10^{x+1} + 1 \cdot 10^{x+4} = 99699380$ $\boxed{4}$

j) $2 \cdot 10^{x-3} + 2 \cdot 10^{x-4} = 0{,}00022$ $\boxed{-1}$

k) $5 \cdot 8^{x-4} - 6 \cdot 8^{x+3} - 2 \cdot 8^{x+1} + 7 \cdot 8^{x-1} = -24696{,}99$ $\boxed{1}$

l) $4 \cdot 2^{x+4} + 3 \cdot 2^x + 1 \cdot 2^{x+2} + 8 \cdot 2^{x-4} = 143$ $\boxed{1}$

m) $1 \cdot 4^{x-1} - 1 \cdot 4^{x-2} + 6 \cdot 4^{x+3} + 1 \cdot 4^{x+1} = 24{,}26172$ $\boxed{-2}$

n) $-3 \cdot 5^{x+1} + 2 \cdot 5^{x+3} - 8 \cdot 5^{x+4} + 7 \cdot 5^{x-1} + 5 \cdot 5^x = -951{,}72$ $\boxed{-1}$

o) $5 \cdot 10^{x+4} - 2 \cdot 10^{x-4} - 8 \cdot 10^{x-1} = 49999200$ $\boxed{3}$

p) $-4 \cdot 10^{x-3} - 5 \cdot 10^{x} - 2 \cdot 10^{x-4} = -0{,}00050042$ $\boxed{-4}$

q) $-2 \cdot 8^{x+1} - 1 \cdot 8^{x-2} + 4 \cdot 8^{x} + 6 \cdot 8^{x+3} = 1566712$ $\boxed{3}$

r) $7 \cdot 10^{x-4} - 7 \cdot 10^{x+2} = -699{,}9993$ $\boxed{0}$

s) $-4 \cdot 10^{x-2} - 3 \cdot 10^{x-1} - 6 \cdot 10^{x+2} + 4 \cdot 10^{x+1} = -0{,}56034$ $\boxed{-3}$

t) $1 \cdot 10^{x+1} + 5 \cdot 10^{x+4} = 500{,}1$ $\boxed{-2}$

u) $-8 \cdot 8^{x+2} + 5 \cdot 8^{x-2} - 8 \cdot 8^{x+1} - 1 \cdot 8^{x-3} = -4607{,}391$ $\boxed{1}$

v) $-5 \cdot 8^{x} + 5 \cdot 8^{x+3} = 2555$ $\boxed{0}$

w) $-7 \cdot 10^{x+2} + 2 \cdot 10^{x+3} - 3 \cdot 10^{x+1} + 7 \cdot 10^{x+4} = 7127$ $\boxed{-1}$

x) $-3 \cdot 8^{x+1} + 1 \cdot 8^{x-2} = -0{,}3747559$ $\boxed{-2}$

3. Oldjuk meg a következő, másodfokúra visszavezethető egyenleteket!

a) $49^{x} + 7 = 8 \cdot 7^{x}$ $\boxed{0;\ 1}$

b) $5^{2x} + 25 = 5^{x+2} + 5^{x}$ $\boxed{0;\ 2}$

c) $4^{x} - 9 \cdot 2^{x} + 8 = 0$ $\boxed{0 \text{ és } 3}$

d) $4^{x} + 2^{x+1} = 8$ $\boxed{1}$

e) $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$ $\boxed{2}$

f) $7^{2x} - 6 \cdot 7^{x} + 5 = 0$ $\boxed{0 \text{ és } \log_7 5}$

g) $4^{x+1} - 2^{x} = 2^{x+4} - 18$ $\boxed{1;\ \log_2 \frac{9}{4}}$

h) $3^{x+1} + \dfrac{18}{3^{x}} = 29$ $\boxed{2 \text{ és } \log_3 \frac{2}{3}}$

4. Oldjuk meg az alábbi logaritmusos egyenleteket!

a) $\log_2 x = 1$ $\boxed{2}$

b) $\log_3 x = -1$ $\boxed{\frac{1}{3}}$

c) $\log_{\frac{1}{2}} x = 3$ $\boxed{\frac{1}{8}}$

d) $\log_3 (x - 12) = 2$ $\boxed{21}$

e) $\log_5 (x + 10) = 3$ $\boxed{115}$

f) $\log_3 (x - 4)(x - 2) = 1$ $\boxed{1 \text{ és } 5}$

g) $\log_8 \left(x^2 - 2x - 34\right) = 0$ $\boxed{-5 \text{ és } 7}$

h) $\log_{0,5} \left(x^2 - 5x + 8\right) = -1$ $\boxed{2 \text{ és } 3}$

i) $\log_2(x^2 - 5x + 8) = 1$ $\boxed{2 \text{ és } 3}$

j) $\lg (x - 9) + \lg (2x - 1) = 2$ $\boxed{13}$

k) $\lg (x - 4) + \lg (x + 3) = \lg (5x + 4)$ $\boxed{8}$

l) $\dfrac{\lg (2x + 1)}{\lg (x - 1)} = 2$ $\boxed{4}$

m) $\dfrac{\log_2 (2x + 5)}{\log_2 (x + 4)} = 1$ $\boxed{-1}$

n) $\dfrac{\log_6 (3x + 1)}{\log_6 (2x + 3)} = 1$ $\boxed{2}$

o) $\dfrac{\log_{0,5}(x+4)}{\log_{0,5}(5-2x)} = 1$ $\boxed{\frac{1}{3}}$

p) $2\log_2 x = \log_2 x + 2$ $\boxed{4}$

q) $\log_3 x + \log_3 2 = 3$ $\boxed{\frac{27}{2}}$

r) $\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = \log_5 8 + \log_5(x-2)$ $\boxed{3;\ 5}$

s) $\lg(x-13) - \lg(x-3) + \lg 2 = 1$ $\boxed{\text{nincs megoldás}}$

t) $2\log_3(x-2) + \log_3\left(x^2-8x+16\right) = 0$ $\boxed{3;\ 3+\sqrt{2}}$